Tijdschrift van het
Nederlands Elektronica- en Radiogenootschap
DEEL 29 No. 2 1964

Symposium over plasma's en elektromagnetische golven

Dit symposium werd georganiseerd in samenwerking met de sectie Toegepaste Natuurkunde van de Nederlandse Natuurkundige Vereniging en de Sectie voor Telecommunicatietechniek van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs. Het werd gehouden in Utrecht op 9 mei 1963.

In de symposiumcommissie hadden zitting:

Prof. Dr. C. M. Braams
Prof. Ir. M. P. Breedveld
Dr. K. van Duuren
Dr. H. Groendijk
Prof. Dr. D. Th. J. ter Horst
Prof. Dr. G. J. Scholte

Het programma was als volgt:

10.15 uur: Opening door de voorzitter van het NERG

10.30 uur: Prof. Dr. N. G. van Kampen (Rijksuniversiteit, Utrecht).
Inleiding over plasma's.

11.30 uur: Dr. Ir. M. T. Vlaardingerbroek (Nat. Lab. Philips, Eindhoven).
Versterking van golven door wisselwerking van een elektronenbundel met een plasma.

13.30 uur: Prof. Dr. C. M. Braams (FOM-Instituut voor Plasmafysica, Jutphaas).
Microgolven bij het onderzoek van plasma's in het laboratorium.

14.30 uur: Prof. Dr. C. de Jager (Rijksuniversiteit, Utrecht).
De elektromagnetische straling gepaard gaande met zonnevlammen.

15.40 uur: Prof. Dr. H. Bremmer (Nat. Lab. Philips, Eindhoven).
Radiogolven in de atmosfeer.

Summary

The general introduction at the Symposium on plasmas and electromagnetic waves was given by *N. G. van Kampen.*

M. T. Vlaardingerbroek lectured on the subject of amplification. When a directed stream of charged particles moves in a plasma, density variations in this stream can give rise to growing waves at frequencies below or equal to the plasma frequency. Although this phenomenon is of interest in many fields of physics, we shall mainly discuss the application of growing waves in beam-plasma systems for microwave amplification. A theory treating coupling between a beam-plasma system and a slow-wave circuit is given. An amplifier tube for the 7-cm band using beam-plasma interaction as the amplifying mechanism will be discussed. The overall gain of this tube is more than 60 dB. Its non-linear behaviour at high input power levels opens possibilities for the experimental study of non-linear phenomena in plasma physics.

C. M. Braams paid attention to the application of microwaves in the investigation of plasmas in the laboratory.

Microwaves are applied to measure the density and temperature of ionized gases (plasma diagnostics). They are also applied in the production of plasmas. Several methods will be discussed to obtain data about plasmas by means of the reflection and transmission of travelling waves and from the detuning of a cavity containing plasma. Furthermore, some experiments have been described, in which high frequency fields are used for the plasma containment (radiation pressure), or for obtaining high temperatures.

C. de Jager lectured on solar flares which are short-time local compressions of the gas of the chromosphere or corona of the sun. Probably under the influence of a change of the magnetic fields the gas is suddenly compressed a hundred to a hundred thousand times; the plasma attains a temperature of 10^4 to 10^5 °K. A matter of importance is the so-called flash phase, which is reached already after some minutes and is apparently connected with the largest compression of the gas. During this phase particles are accelerated to speeds between 100 and 300,000 km/sec.

The electromagnetic spectrum of solar flares is very broad. In the visual spectral range particularly the emission lines of the Balmer series of hydrogen are of importance: they are

strongly widened probably owing to the interatomic Stark effect and perhaps partly owing to fiercely turbulent motions. They are difficult to interpret because of the rather strong deviations from local thermodynamic equilibrium appearing in the plasma of the flare.

The observed röntgen radiation accompanied by solar flares must be attributed to two effects. Apparently a field with temperatures up to several million degrees is formed in the surroundings of the flare. This is the source of a rather soft röntgen radiation (about 10 Ångströms), which remains observable for some tens of minutes. Moreover, short-time bursts of hard röntgen radiation are emitted. This radiation (10^5 *eV*) originates from the „Bremsstrahlung" of particle streams which are decelerated in the gas of the photosphere. There are no clear indications for the presence of gamma radiation connected with nuclear reactions in the flare. In the range of radio waves a complicated radiation spectrum is observed, which is caused by particles, accelerated in or by the flare phenomenon. The radio bursts of the types II and III are caused by plasma oscillations; those of the types IV and V are probably caused by synchroton radiation.

Finally a survey of the properties of the ionospheric plasma was given by *H. Bremmer*. The role of three fundamental frequencies, viz. the plasma frequency, the collision frequency and the electronic gyro frequency, is emphasized. The first one determines the conditions for possible geometric optical propagation, the second the transition from the predominant behaviour of the ionosphere as a dielectric for short waves to that as a conductor for long waves, while the gyro frequency constitutes a measure for the earth's magnetic field. The complicated influence of the latter is first illustrated for an infinite field. Some effects due to the actual finite magnetic field, connected with double refraction, are briefly mentioned. The last section deals with scattering effects depending on irregularities in the density of the ionospheric plasma.

Inleiding over Plasma's

door N. G. van Kampen *)

Plasma is een gas van geladen deeltjes, of althans een gas dat zo sterk geïoniseerd is, dat daardoor zijn gedrag merkbaar wordt beïnvloed. Voorbeelden uit de astronomie: sterren, zonnecorona, krabnevel. Aardse voorbeelden: ionosfeer, aardkern, bliksem. In het laboratorium: gasontladingen, elektronen in metalen en halfgeleiders. Dichtheid, samenstelling, temperatuur, afmeting, magnetische veldsterkte enz. lopen zeer uiteen; maar algemeen geldt dat wegens de vrije ladingdragers plasma's zeer goede geleiders zijn. Daardoor treden geen grote ladingsdichtheden of elektrische velden op, maar wel sterke elektrische stromen en magneetvelden.

De waarnemingen in de natuur en in de laboratoria bieden weinig houvast. Men probeert daarom de theorie uit de vanouds bekende natuurwetten op te bouwen en resultaten te krijgen die gecontroleerd kunnen worden. Formeel kan men de bewegingsvergelijkingen voor alle deeltjes en het elektromagnetische veld opschrijven, maar er is natuurlijk geen sprake van ze op te lossen. Men moet dus drastische vereenvoudigingen toepassen (die optimistisch „benaderingen" genoemd worden). Om die realistisch te kiezen, moet men fysisch inzicht gebruiken.

De gewone kinetische gastheorie is gebaseerd op het beeld, dat elk deeltje het grootste deel van de tijd vrij voortvliegt en slechts af en toe even in wisselwerking komt met een ander deeltje (botst). Dit is niet van toepassing op een plasma, ten eerste omdat de Coulomb-potentiaal een lange dracht heeft, ten tweede omdat het elektromagnetische veld ook eigen vrijheidsgraden heeft. In plaats daarvan maakt de plasmatheorie hetzij de magneto-hydrodynamische benadering, hetzij de Vlasov-benadering.

De *magneto-hydrodynamica* (*MHD*) vat het plasma op als een geleidend fluïdum (gas of vloeistof). Een voorbeeld is kwik dat stroomt in aanwezigheid van een magneetveld; inderdaad zijn daar experimenten mee gedaan. Het fluïdum heeft op elk punt een massadichtheid ϱ, stroomsnelheid $\mathbf{v}$, en druk p. Verder is er een stroomdichtheid $\mathbf{j}$, een elektrische veldsterkte $\mathbf{E}$ en een mag-

*) Rijksuniversiteit, Utrecht.

netische veldsterkte **H**. Deze grootheden zijn in de *MHD* verbonden door de volgende vergelijkingen.

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + div\, \varrho\, \mathbf{v} = 0 \qquad \text{(massabehoud)}$$

$$\varrho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -grad\, p + \frac{1}{c}\, \mathbf{j} \wedge \mathbf{H} \qquad \text{(impulsbehoud)}$$

$$p = f(\varrho) \qquad \text{(toestandsvergelijking)}$$

$$\mathbf{j} = \sigma\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\, \mathbf{v} \wedge \mathbf{H}\right) \qquad \text{(wet van Ohm)}$$

$$rot\, \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}$$

$$div\, \mathbf{H} = 0$$

$$rot\, \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$

Opmerkingen. 1°. In de wet van Ohm staat niet zo maar **E**, maar het getransformeerde elektrische veld, dat een waarnemer die met de vloeistof meebeweegt voelt. 2°. In de vergelijking voor *rot* **H** is de Maxwell-term met $\partial\mathbf{D}/\partial t$ weggelaten, omdat de *MHD* toch alleen voor langzame verschijnselen geldt. 3°. De vergelijking die div **D** met de ladingsdichtheid verbindt is overbodig, omdat de ladingsdichtheid verder niet in de vergelijkingen voorkomt. Tevens vervalt daardoor de noodzaak een diëlektrische constante in te voeren om een eventuele polariseerbaarheid van de moleculen of ionen in rekening te brengen. 4°. De magnetische permeabiliteit is 1 genomen, omdat hij daar nooit veel van afwijkt. 5°. Voor het gemak wordt de temperatuur bekend verondersteld, anders zou die in de toestandsvergelijking voorkomen, en zou er nog een stel vergelijkingen voor de energiehuishouding bij komen.

De algemene oplossing van deze *MHD*-vergelijkingen is onmogelijk, aangezien ze niet lineair zijn. Men probeert daarom inzicht te krijgen met behulp van algemene eigenschappen en van speciale oplossingen.

Door **j** te elimineren vindt men voor het impulsbehoud

$$\varrho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -grad\left(p + \frac{H^2}{8\pi}\right) + (\mathbf{H} \cdot \mathbf{v})\, \mathbf{H}.$$

Men zegt daarom, dat het magneetveld een *magnetische druk*

$H^2/8\pi$ op de materie uitoefent. Men vergete echter niet, dat dat niet de enige invloed van het veld is: de term $(\mathbf{H}\,.\,\mathbf{v})\,\mathbf{H}$ hoeft helemaal niet kleiner te zijn. Het begrip magnetische druk is echter nuttig omdat in eenvoudige veldconfiguraties $(\mathbf{H}\,.\,\mathbf{v})\,\mathbf{H}$ vaak nul is (namelijk voor rechte evenwijdige veldlijnen).

Verder volgt uit de vergelijkingen, dat de verandering van **H** zo geschiedt, dat men *de veldlijnen aan de materie vastgehecht* kan denken. Dit geldt exact voor ideale geleiders, $\sigma = \infty$; voor $\sigma < \infty$ diffunderen de veldlijnen enigszins door de materie heen.

Een speciale oplossing van bovenstaande *MHD*-vergelijkingen wordt gevormd door een statisch plasma met $\mathbf{j} = \mathbf{v} = 0$, in een homogeen magneetveld $\mathbf{H}_0$. Naburige oplossingen kan men vinden door de afwijkingen slechts in eerste orde mee te nemen, m.a.w. de *MHD*-vergelijkingen te *lineariseren*. Deze oplossingen hebben de gedaante van vlakke golven; bijv. zijn gewone geluidsgolven mogelijk die zich in de richting van $\mathbf{H}_0$ voortplanten. Er is echter één essentieel nieuwe trillingsvorm: de *Alfvén-golf*. In hun eenvoudigste vorm planten deze golven zich eveneens langs $\mathbf{H}_0$ voort, maar zij trillen transversaal. De veldlijnen trillen mee, en verschaffen de voor een trilling noodzakelijke veerkracht. De voortplantingssnelheid is $(4\pi\varrho)^{-\frac{1}{2}}\,H_0$ (Alfvén-snelheid).

Uitgaande van andere oplossingen dan deze statische homogene kan men ook weer naburige oplossingen zoeken. Het komt dan vaak voor dat de gevonden frequentie imaginair is, hetgeen betekent dat de uitwijking niet periodiek is maar exponentieel groeit. De uitgangsoplossing is dan *instabiel* en niet realiseerbaar (tenzij de groeisnelheid van de uitwijking uiterst klein is). Het onderzoek van deze *MHD*-instabiliteiten is van essentieel belang als men een plasma door geschikt gekozen magnetische velden wil opsluiten (hetgeen de enige manier van opsluiten is bij de temperatuur die voor thermofusie vereist is). Bijvoorbeeld is een gasontlading, die door zijn eigen magneetveld van de wanden wordt afgehouden („pinch"), instabiel t.o.v. samensnoeren en knikken. Voor de astronomen is van belang dat een plasma, dat in een zwaartekrachtveld zwevende wordt gehouden door een uitwendig magneetveld, instabiel is t.o.v. inwendig onderste-bovenkeren („interchange instability"),

De *MHD* is gebaseerd op de veronderstelling dat de individuele bewegingen der deeltjes niet van belang zijn, en dat de toestand in elk volume-element adequaat wordt beschreven door ϱ, **v** en **j**. Dat is alleen te begrijpen indien er *voldoende botsingen*

zijn (naast de expliciet in de vergelijkingen verdisconteerde wisselwerking via het elektromagnetische veld). In de eerste plaats stellen botsingen tussen ionen lokaal een Maxwell-verdeling in, die eenduidig is beschreven door ϱ en $\mathbf{v}$ (en de temperatuur, die echter constant verondersteld is). In de tweede plaats maken botsingen tussen elektronen en ionen dat de wet van Ohm geldt. De *MHD* geldt dus alleen mits de vrije weglengten klein zijn vergeleken bij de afstand waarover de macroscopische toestand merkbaar verandert, en de vrije vliegtijden klein zijn vergeleken bij de periode waarin ze veranderen. Zij gelden *niet* voor verdunde plasma's, korte golven of hoge frequenties.

Deze omstandigheden zijn echter eerder regel dan uitzondering. De wet van Ohm geldt dan niet en er zijn nieuwe trillingsvormen mogelijk, *plasmagolven*, waarbij het elektronengas zijn eigen trillingen uitvoert tegen een achtergrond van ionen. Dit behandelt men met de *twee-componententheorie*. Daarin worden elektronen en ionen als twee fluïda opgevat, die met elkaar wisselwerken via het elektromagnetische veld, doch maar nauwelijks met elkaar botsen. Dat is echter moeilijk te rijmen met de eis dat de elektron-elektronbotsingen voldoende moeten zijn om het elektrongas met een lokale dichtheid en snelheid te kunnen beschrijven. Hoewel deze theorie thans erg populair is, zal ik er niet verder over spreken, want ze lijkt me slecht gefundeerd.

Een meer realistische beschrijving van verdunde plasma's lijkt me de *Vlasov-theorie*, waarin de botsingen geheel weggelaten worden. De toestand van het plasma moet nu beschreven worden door verdelingsfuncties $f_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, die aangeven hoeveel deeltjes van de soort ν op het tijdstip t zich ter plaatse $\mathbf{r}$ met snelheid $\mathbf{v}$ bevinden.

Voor het gemak veronderstellen we de ionen praktisch onbeweeglijk, zodat alleen de $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ voor de elektronen optreedt. Die voldoet aan de *Vlasov-vergelijking*

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial r} - \frac{e}{m}\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\,\mathbf{v} \wedge \mathbf{H}\right) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} \,.$$

Het veld $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ wordt bepaald door de Maxwell-vergelijkingen, waarin stroomdichtheid en ladingsdichtheid gegeven zijn door

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e \int \mathbf{v} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, d^3\mathbf{v} \,.$$

$$\tau(\mathbf{r}, t) = e \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)\, d^3\mathbf{v} + \tau_{ionen} \,.$$

Ook van deze niet-lineaire vergelijkingen zijn slechts enkele speciale oplossingen bekend. Men kan echter weer lineariseren door te zetten

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = f_0(|\mathbf{v}|) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \qquad f_1 \text{ klein.}$$

De ongestoorde verdeling f_0 is constant in ruimte en tijd en isotroop in de snelheid verondersteld. Als oplossingen vindt men longitudinale en transversale plasmagolven.

De *longitudinale plasmagolven* bestaan uit periodieke verdichtingen en verdunningen in het elektrongas, de veerkracht wordt geleverd door de Coulomb-afstoting. Bij benadering geldt, dat de cirkelfrequentie ω en het golfgetal $k = 2\pi/\lambda$ verbonden zijn door de dispersie-wet

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 \langle \mathbf{v}^2 \rangle, \qquad \omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{m}.$$

Hierin is ω_p de zgn. plasmafrequentie, N de elektronendichtheid in evenwicht, $\langle \mathbf{v}^2 \rangle$ hun gemiddelde snelheid. Frequenties kleiner dan ω_p komen niet voor; voor frequenties veel groter dan ω_p geldt deze dispersie-wet niet meer. Deze golven kunnen geëxciteerd worden door inschieten van geladen deeltjes. Volgens de theorie moet er een kleine demping zijn, maar de realiteit van deze „Landau-demping" is nog twijfelachtig.

Transversale plasmagolven zijn op te vatten als elektromagnetische golven, die gemodificeerd worden door de aanwezigheid van geladen deeltjes. Hun dispersie-wet luidt bij benadering

$$\omega^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2.$$

Doordat ze transversaal zijn, kunnen ze geëxciteerd worden door op het plasma vallende elektromagnetische golven, mits de frequentie daarvan groter dan ω_p is. Voor $\omega < \omega_p$ worden de opvallende golven gereflecteerd (bijv. radiogolven tegen de ionosfeer of tegen de geïoniseerde lucht rond een in de dampkring terugkerende ruimtecapsule). Als er een uitwendig magneetveld $\mathbf{H}_0$ heerst wordt het plasma dubbelbrekend: in de richting $\mathbf{H}_0$ voldoen de links- en rechts-circulair gepolariseerde stralen aan verschillende dispersie-wetten.

Men kan de dispersie-wetten ook uitdrukken door de brekingsindex $n(\omega) = ck/\omega$ als functie van ω te geven. Vaak definieert men ook nog een diëlektrische constante $\bar{\varepsilon}(\omega) = c^2 k^2/\omega^2$, maar dat is misleidend. Immers, in de gewone theorie van Maxwell en Lorentz staat een ε in de vergelijkingen, die de polarisatie

van de moleculen van het medium beschrijft. Door deze vergelijkingen op te lossen vindt men voor de brekingsindex $n = \sqrt{\varepsilon}$. In ons geval echter is deze polarisatie verwaarloosd, dus deze $\varepsilon = 1$ verondersteld. Vervolgens zijn vlakke-golfoplossingen gevonden met een zekere $n(\omega)$. Om nu achteraf weer een $\bar{\varepsilon} = n^2$ te definiëren is verwarrend.

Als de ongestoorde snelheidsverdeling f_0 niet meer isotroop is, kan het voorkomen dat bij reële k een complexe ω hoort, zodat de amplitude van zo'n golf exponentieel toeneemt. Instabiliteiten, die niet tot de *MHD* thuishoren heten „microinstabiliteiten". Het onderhavige geval kan gerealiseerd worden door twee stromen deeltjes door elkaar heen te sturen en heet dan „two-stream instability".

De Vlasov-vergelijking is niet exact. omdat alleen de gemiddelde of uitgesmeerde velden in rekening zijn gebracht. Als bijvoorbeeld twee elektronen extra dicht bij elkaar komen treedt een sterke Coulomb-afstoting op, die niet in het gemiddelde veld **E** verdisconteerd is. Er zijn dus nog botsingen, die in volgende benadering in rekening gebracht moet worden. Anders gezegd: men is geïnteresseerd in de fluctuaties van het veld rond de gemiddelde **E** die in de Vlasov-theorie optreedt. Hiervoor heeft Landau een vergelijking à la Fokker-Planck opgesteld. Zoals te verwachten leiden deze botsingen tot een extra demping van de gevonden golven.

Voor een systematische berekening van deze botsingen is een kinetische behandeling van plasma's nodig, maar een bevredigende theorie bestaat nog niet.

Amplification of waves by the interaction between an electron beam and a plasma

by M. T. Vlaardingerbroek and K. R. U. Weimer*)

1. Introduction

In about 1925 Langmuir and Mott-Smith[1]) discovered during their probe measurements in a low-pressure cold-cathode discharge that electrons can occur possessing a higher velocity than is to be expected according to the local potential. As the average free path extended too far beyond the discharge space these high velocities could not be explained as resulting from direct collisions.

By coupling a lecher system with a matched detection-crystal to the plasma, Penning[2]) could demonstrate that oscillations of a very specific frequency can occur in a plasma. Langmuir repeated these measurements systematically, and together with Tonks published his famous article on plasma oscillations in 1929[3]). In this article it was proved that the frequency of these plasma oscillations depends on the density of the plasma according to

$$\omega_p^2 = \frac{e\,\varrho}{m\,\varepsilon_0}\,, \tag{1}$$

in which e and m are the electron charge and mass respectively, ε_0 the dielectric constant in a vacuum and ϱ the space charge density of the electrons. If these oscillations are excited in a plasma they will not extend (see fig. 1). It is, however, possible to imagine successive layers as excited simultaneously but with a certain phase difference. We then perceive the phenomenon as a wave, without the electrons possessing an average drift velocity (fig. 2). This is analogous to what happens to waves on a water surface.

As a result of these oscillations and the associated alternating fields an electron can, indeed, obtain a velocity deviating from the value corresponding with the local static potential.

*) Philips' Natuurkundig Laboratorium, Eindhoven.

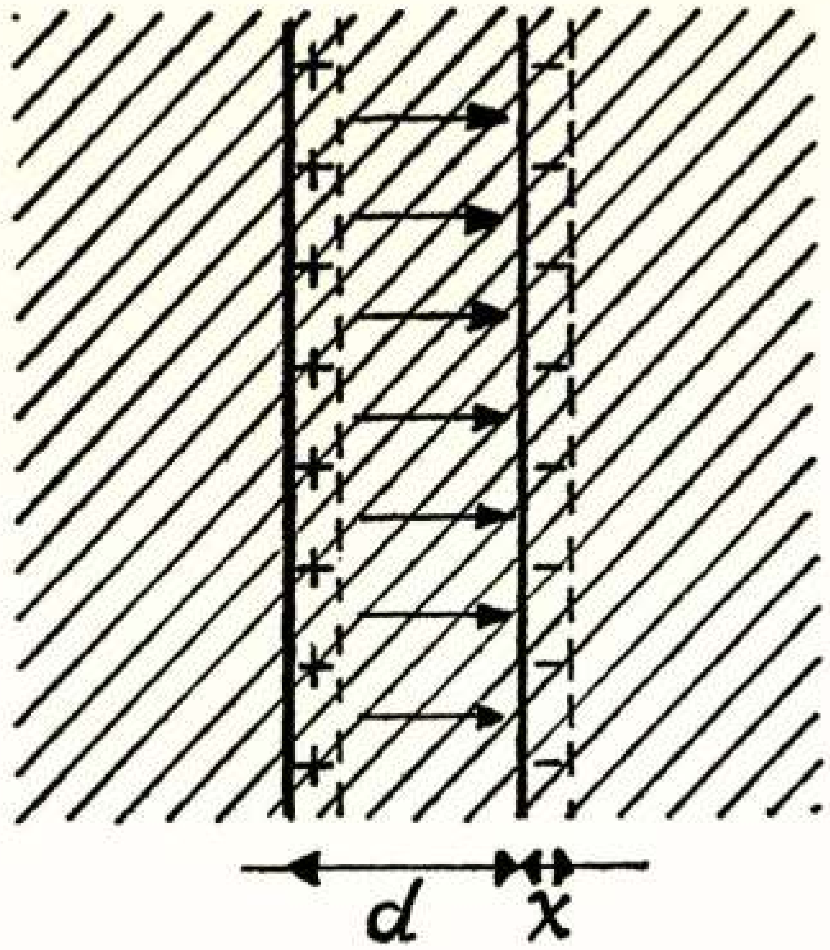


Fig. 1
Longitudinal plasma oscillation. If all electrons in a plane d have a deviation x, the field lines run between the resulting space charges, so that the oscillation cannot extend (in a cold plasma)

The question remained, however, how and by means of what these oscillations could be generated. In 1948 Haeff[4]) demonstrated that such oscillations can be generated by a directed beam of charged particles in a plasma. Modulations of the density of such a beam appear to undergo a selective amplification at frequencies in the vicinity of the plasma frequency. The plasma then attains an oscillating condition as indicated in fig. 2.

Haeff assumed that the same mechanism forms the base for certain eruptions of electromagnetic power[5]) radiated by the sun. He then says that the density fluctuations, occurring in an ionized cloud discharged by the sun, undergo a selective amplification at the plasma frequency of the corona, through which that cloud travels. Owing

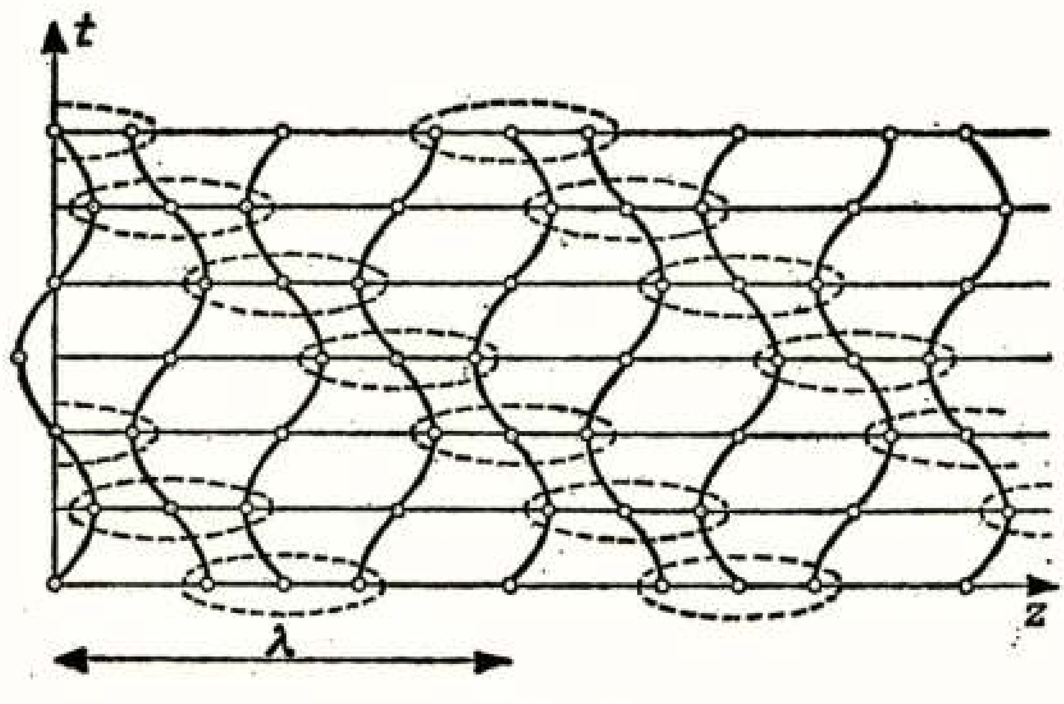


Fig. 2
An apparent travelling wave as a result of oscillating electrons without drift velocity

to the discontinuities in the electron density of the corona the power of the amplified fluctuations in the beam can be converted into electromagnetic power which can be received on earth.

To give an experimental demonstration of this amplification Haeff constructed an amplifying tube, in which the interaction took place between two electron beams of slightly differing velocities [6]. And, indeed, he found that „space-charge amplification" is a fact. Independently from him Pierce and Hebenstreit[7] also found this amplification; they were working on the transmission of noise fluctuations along beams with velocity spreading and hence they arrived at the same idea.

In consequence of these experiments with two beams various efforts have been made to prove the existence of growing waves travelling along such a beam by shooting an eletron beam into a plasma (see for example ref. [8]). The electrons escaping from the cathode drop and entering the plasma of the column can in a similar way give rise to growing waves and, consequently, to plasma oscillations. In general these experiments were unsuccessful as the oscillations found were by far closer related to the effects of transit times and overtaking in klystron beams than to plasma oscillations, in which case the density of the plasma oscillates.

Finally, in 1957, Boyd. Field and Gould constructed a tube[9]) in which the electron beam shot into the plasma is first modulated at a frequency in the vicinity of the plasma frequency by means of a helix, then traverses the plasma and subsequently passes a second helix used to pick up power from the beam at plasma frequency. The modulation of the beam appeared to have increased by the interaction of a beam and a plasma, consequently, the investigated growing waves had been generated in a beam-plasma system.

It was immediately realized that the existence of growing waves on a beam passing through a plasma can be used to generate and amplify high-frequent power. A very important advantage over the well known microwave amplifiers, such as the travelling-wave tube, is that the delay line to obtain the amplification has become redundant. If we can, therefore, succeed in producing a very dense plasma it will be possible to amplify very high frequencies (of millimetre-range).

Unfortunately, however, there is one great difficulty appearing clearly from the historical development described above; that is to say, the electromagnetic waves to be amplified must always first be superimposed on the beam. The beam carries the waves at the beam velocity (= group velocity) as the wave power in the beam mainly consists of kinetic power. Before the two

forms of power can be coupled efficiently the electromagnetic power must be slowed down to about the beam velocity by means of a coupling circuit in the form of a delay line. By doing so the advantage of an amplification without a delay line is partly obviated. However, as the beam-plasma amplification is very high, we can make the compromise of coupling the delay lines rather loosely with the beam.

The next question is whether it is possible to work without a premodulated beam and to superimpose the signal directly on the beam-plasma system by means of a delay line. We shall answer this question by setting up a theory for a beam-plasma system coupled with a delay line.

By assuming that the coupling is zero as a special case of this theory, we arrive at the theory of beam-plasma interaction. Next we shall treat the experiment in which we shall use this coupling in a microwave amplifier. We believe, however, that this coupling will also prove to be of great importance in other fields of plasma physics.

Before embarking on this theory we should like to point out that we shall only discuss the space-charge interaction between beam and plasma. In the case of space-charge waves density modulations occur in the beam and the plasma, while the associated fields mainly bear an electrical character and run parallel with the beam, same as the high-frequent motions of the electrons. Other kinds of waves that can occur on a beam are the transversal cyclotron waves. In the case of cyclotron waves the electric and magnetic fields are mainly transversal, same as the motions of the electrons[10]). Apart from the forces the electric field of the wave exercises on the electrons, the electrodynamic force (Lorentz force) generated by the transversal motions in a longitudinal externally applied magnetic field is another important factor. At low frequencies these cyclotron waves change into the well known Alvén waves. In the following we shall only consider the space-charge waves and leave the transversal fields and motions out of the discussion. Although these fields occur more or less in practical systems it appears from a closer analysis of such systems, that the finite transversal dimensions, as long as they exceed or are equal to the wavelength on the beam and the cyclotron movement, hardly affect the space-charge interaction [10]) [11]).

2. Waves in a beam-plasma system in a delay line

We imagine a beam as travelling through a plasma in the z-direction while an infinitely strong magnetic field suppresses motions other than in the longitudinal (z) direction. This beam-plasma system is coupled to a delay line. In that case the following equations apply to the beam:

$$\frac{\partial E_b}{\partial z} = - \frac{\varrho_{1b}}{\varepsilon_0} , \tag{2}$$

$$\frac{\partial j_{1b}}{\partial z} = - \frac{\partial \varrho_{1b}}{\partial t} \tag{3}$$

and

$$- e \left(E_b + E_p + K_{cb} E_c\right) = m \frac{d v_b}{dt} = m \left(\frac{\partial v_b}{\partial t} + u_0 \frac{\partial v_b}{\partial z}\right) . \tag{4}$$

Equation (2) is the equation of Poisson, in which E_b represents the space-charge field generated by the beam, and ϱ_{1b} is the modulation of the space-charge density of the beam. Equation (3) is the continuity equation of the beam; j_{1b} is the modulation of the beam-current density. This current density is in the linear approximation given by the equation

$$j_{1b} = \varrho_{0b} v_b + u_0 \varrho_{1b} , \tag{5}$$

in which the products of alternating quantities are neglected. u_0 is the velocity of the beam in the unmodulated condition, and $u_0 + v_b$ in the modulated condition. Equation (4) is the motion equation for the beam electrons. At the left the total force exercised on a beam electron, consisting of the respective shares of E_b, the space-charge field of the plasma, E_p, and the field that the wave along the delay line generates in the locality of the beam, $K_{cb} E_c$. The right hand member of equation (4) is linearized.

An analogous set of equations applies to the plasma; they can be derived from the equations (2)-(5) by replacing the index b in each of them by p and assuming $u_0 = 0$; we shall number these equations $(2p) - (5p)$.

A third set of equations is required for the description of the delay line. If V and I be the voltage and the current in the delay line, we can use the telegrapher's equation extended

with a term for the current i_i induced by the beam-plasma system:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = - E_c = - j X I \ , \tag{6}$$

$$\frac{\partial I}{\partial z} = - j B V + \frac{\partial i_i}{\partial z} \ , \tag{7}$$

in which jX is the series reactance and jB the parallel admittance per unit of length. The induced current consists of two parts, that is to say, the modulated image current, generated in the circuit by the modulated beam current and by the oscillating plasma. Depending on the geometry the coupling between i_i and j_{1b} and j_{1p} will vary, so that we may write:

$$i_i = K_{bc}\, \sigma \,(j_{1p} + j_{1b}) \ , \tag{8}$$

in which σ is the diameter of the beam-plasma system.

The beam equations (2) – (5), the corresponding equations for the plasma and the circuit equations (6) and (7) and equation (8) for the coupling with the beam-plasma system form a complete set of simultaneous differential equations, which we shall elaborate for travelling wave in the z-direction:

$$exp\left\{ j(\omega t - \beta z)\right\}$$

The differentiations $\partial/\partial t$ and $\partial/\partial z$ can be replaced by $j\omega$ and $-j\beta$.

If from the beam equations (2) – (5) we eliminate the quantities j_{1b}, ϱ_{1b}, v_b, an equation in E_c, E_b and E_p remains. This also applies to the equations $(2p)$ – $(5p)$ standing for the plasma, after eliminating j_{1p}, ϱ_{1p} and v_p. Both resulting equations can be used to express E_p and E_b in E_c:

$$E_p = \frac{K_{cb} E_c \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2}}{1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2} - \dfrac{\omega_b^2}{\omega_\beta^2}} \ , \tag{9}$$

$$E_b = \frac{K_{cb} E_c \dfrac{\omega_b^2}{\omega_\beta^2}}{1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2} - \dfrac{\omega_b^2}{\omega_\beta^2}} \ . \tag{10}$$

In this the following apply

$$\omega_p^2 = \frac{e\,\varrho_{op}}{m\,\varepsilon_0}\,,\ \omega_b^2 = \frac{e\,\varrho_{ob}}{m\,\varepsilon_0}\,,\ \omega_\beta = \omega - \beta\,u_0\ .$$

The circuit equations (6) – (8) lead us to:

$$(\beta_c^2 - \beta^2)\,E_c = j\,\beta_c\,Z_c\,\beta^2\,\sigma\,K_{bc}\,(j_{1p} + j_{1b}), \tag{11}$$

in which $\beta_c = \sqrt{BX}$ and $Z_c = \sqrt{\frac{X}{B}}$.

The connection between j_{1b} and j_{1p} on the one hand and E_b and E_p on the other, can be found from the equations (2) and (3) and the corresponding equations for the plasma:

$$j_{1b} + j\,\omega\,\varepsilon_0\,E_b = 0\ ;\ j_{1p} + j\,\omega\,\varepsilon_0\,E_p = 0\ . \tag{12}$$

After substituting (12) in (11) and combining the thus obtained equation with (9) and (10) we find:

$$(\beta_c^2 - \beta^2)\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2}{\omega_\beta^2}\right) = \beta_c\,Z_c\,\beta^2\,\omega\,\varepsilon_0\,\sigma\,K_{cb}\,K_{bc}\left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{\omega_b^2}{\omega_\beta^2}\right) \tag{13}$$

This is the dispersion equation for waves in a beam-plasma system coupled with a delay line, supplying all possible wave numbers β at any frequency.

The solution will tell us whether or not it is possible to couple an electromagnetic circuit, in this case a delay line, directly to a beam-plasma system. By studying certain extreme cases, we shall at the same time get to know the dispersion equations of the constituent parts of a helix-beam-plasma system.

3. Investigation of the dispersion equation

We shall first investigate the case where $K_{cb} = K_{bc} = 0$. This implies that the delay line is not connected to the beam-plasma system. As a result the dispersion equation splits up in two parts: one for the delay line and one for the beam-plasma system:

$$\beta_c^2 - \beta^2 = 0;\quad 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2}{\omega_\beta^2} = 0 \tag{14}$$

If the delay line is a helix, which is usually the case, the phase velocity along that helix is constant, that is to say, the

pitch divided by the circumference multiplied with the velocity of light.

The dispersion equation then becomes:

$$\beta = \pm \frac{\omega}{\vartheta_{ph}} = \pm \beta_c. \tag{15}$$

The dispersion diagram is represented in fig. 3.

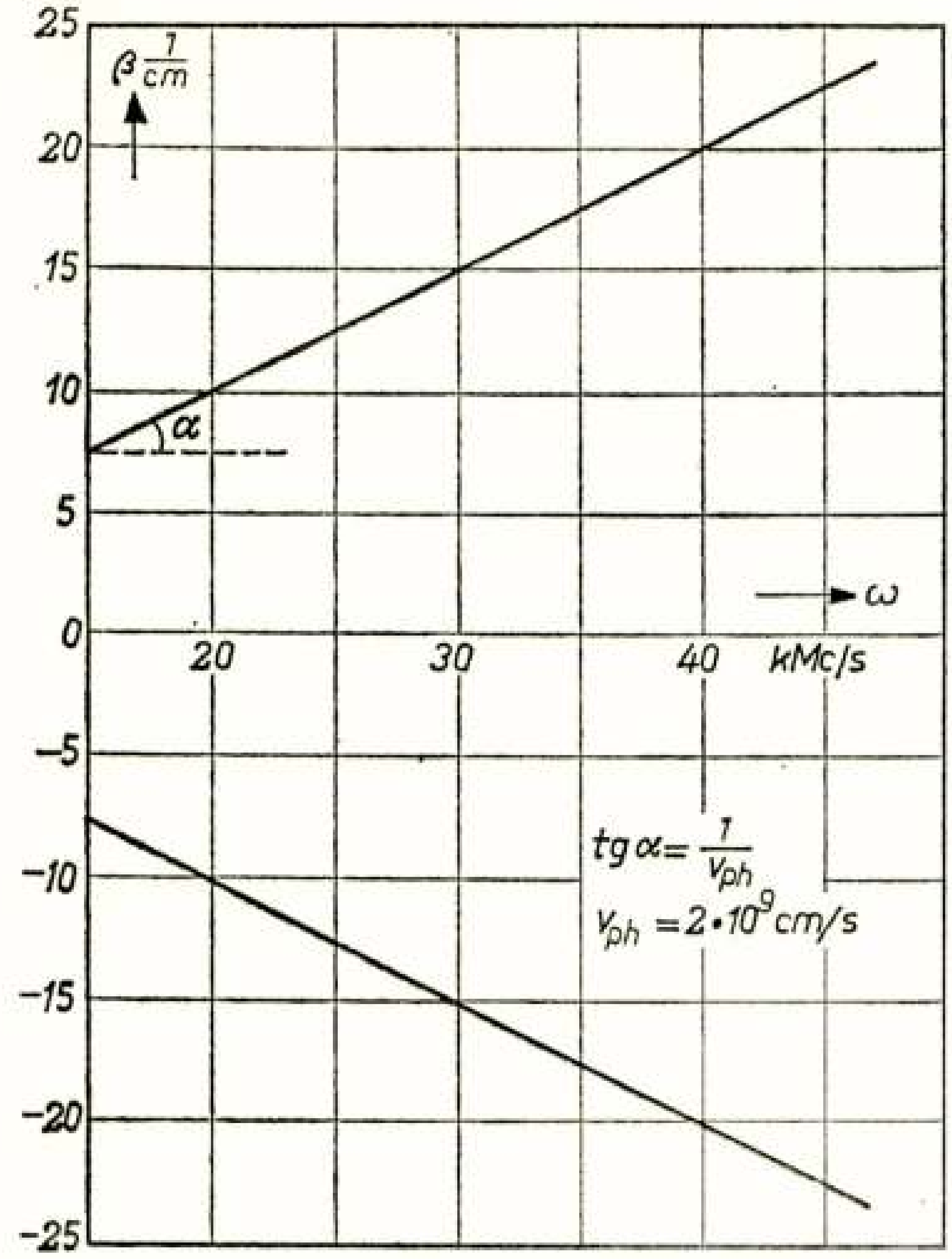


Fig. 3
Dispersion diagram of an ideal helix, the slope of the lines is $\pm \frac{1}{\vartheta_{ph}}$

3.1. *Beam-plasma interaction*

This interaction is described by the second part of equation (14). This equation can still be solved directly:

$$\beta = \frac{\omega}{u_0} \pm \frac{\omega_b}{u_0}\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{16}$$

The dispersion diagram is given in fig. 4. Growing waves result when

$$\omega < \omega_p$$

The greatest increment, $Im\ \beta$, occurs when $\omega = \omega_p$. It is then infinite. This disconuity in the theory is due to fact that in our model for beam-plasma interaction no damping has been taken into account. This damping, wich in practice mainly results from the collisions of the plasma electrons and the neutral particles can be accounted for by adding a friction term $m\, v_c\, v_p$ to the right hand member of equation ($4p$). (See for instance ref. 11).

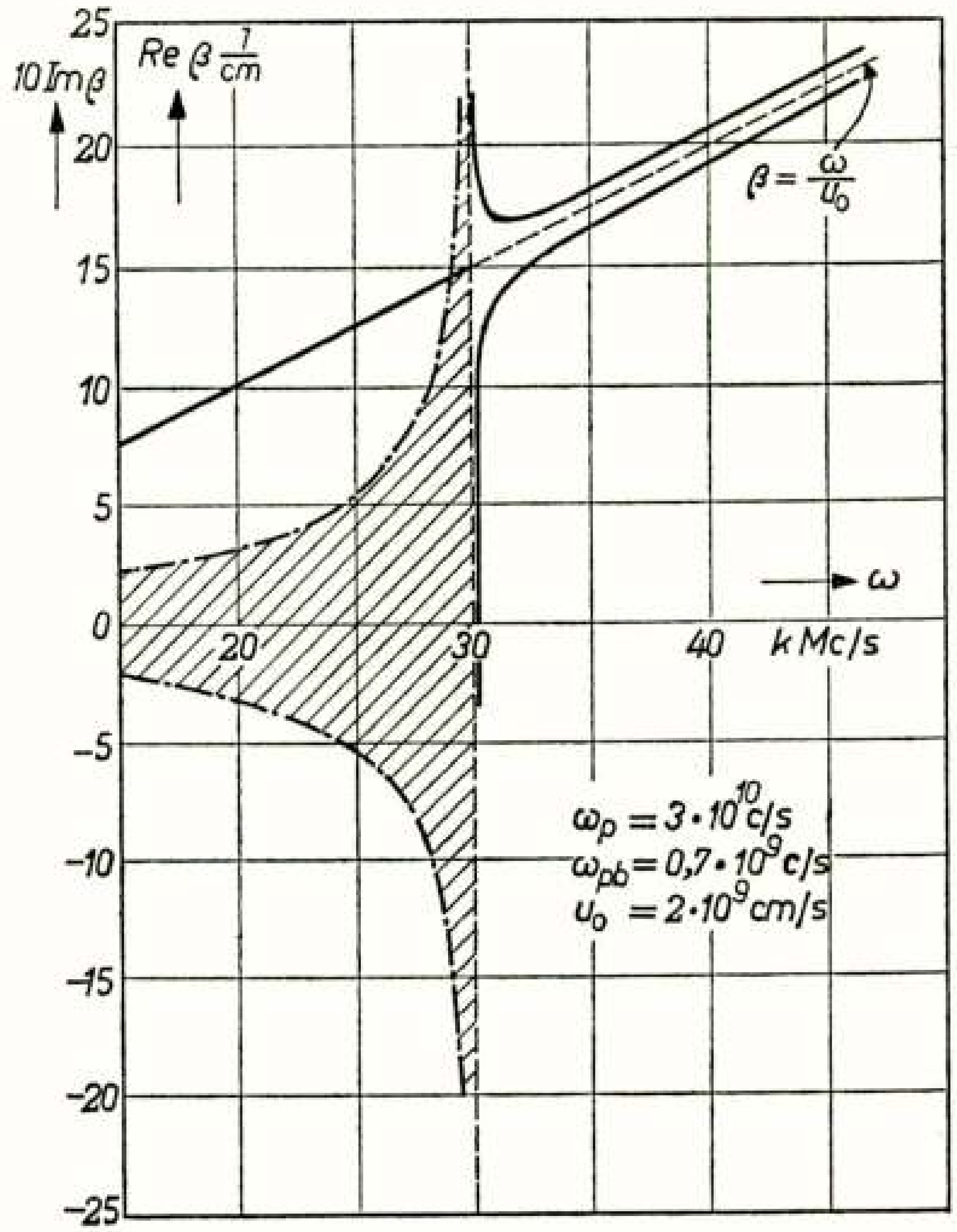


Fig. 4

Dispersion diagram of a beam-plasma system. The straight line for $\omega < \omega_p$ is the real part of the complex solution. The region under the imaginary part of this solution is shaded. For $\omega > \omega_p$ we recognize the fast and slow beam spacecharge wave

The maximum increment then becomes:

$$(I\,m\ \beta)_{max} = \frac{\omega_b}{u_0} \sqrt{\frac{\omega_p}{2\ v_c}}\ ,$$

in which v_c is the collision frequency of the plasma electrons. For $\omega > \omega_p$ the dispersion diagram resembles that of a beam while, if the frequency approaches the plasma frequency from

above the diagram is essentially still equal to that of a single beam, although the phase velocity of the fast and the slow space-charge waves [12]) deviate more and more from the beam velocity.

We shall not give a physical description of the phenomena in a beam-plasma system here, as it was already published before [13]).

3.2. *Interaction between a helix and a plasma*

The dispersion equation is again found from equation (13) by taking $\omega_b = 0$. The equation is then of the second degree and hence solveable. We find:

$$\beta = \pm\, \beta_c \left(1 + \omega\, \varepsilon_0\, \beta_c\, Z_c\, K_{cb}\, K_{bc}\, \sigma\, \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 - \omega^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \tag{17}$$

This equation is plotted in fig. 5. It appears that owing to the plasma a stop-band occurs in the helix for

$$\omega_p^2 (1 - \omega\, \varepsilon_0\, \beta_c\, Z_c\, K_{bc}\, K_{cb}\, \sigma) < \omega < \omega_p \tag{18}$$

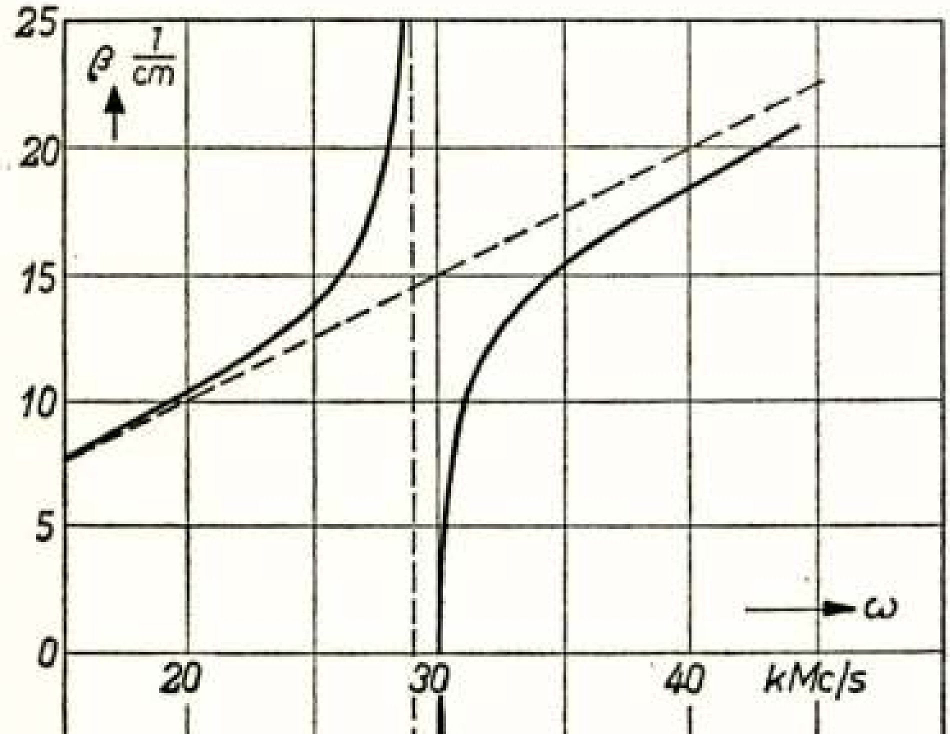


Fig. 5

Dispersion diagram for helix-plasma interaction. The purely imaginary solution in the „cut-off" range has not been drawn.

The dispersion diagram in fig. 5 greatly resembles the dispersion diagram of a waveguide filled with a plasma and an infinite magnetic field in the longitudinal direction [14]). This resemblance becomes clear when we realize that the only difference between the two systems is the „light velocity" in the z-direction.

3.3. *Interaction between a helix and a beam*

By taking the plasma frequency as 0, equation (13) supplies the dispersion equation for the interaction between a helix

and an electron beam. This interaction takes place in a travelling-wave tube and is explicitly described under ref. 15).

The theory discussed here differs from the theory on the travelling-wave tubes in [15]) in the adding of terms describing the plasma and the space-charge of the beam. The method is, however, completely analogous. Equation (13) becomes equivalent with the dispersion equation of the travelling-wave tube by taking $\omega_p = 0$.

3.4. *Helix-beam-plasma coupling*

The complete dispersion equation (13) for a helix-beam-plasma system is of the fourth degree and therefore difficult to handle analytically. Examples of numerical solutions are shown in fig. 6. For the calculation of these diagrams the same parameters have been chosen as those used in the calculations for figs. 3, 4 and 5. That makes a comparison possible. In fig. 6 we find back the typical properties of helix-plasma coupling, that is to say, the stop-band below the plasmafrequency and the resonnance at the lower limit of that stop-band. In fig. 6b and 6c we also find the fast and slow space-charge waves on the beam for $\omega > \omega_M$, ω_M is the maximum frequency for which $Im\beta \neq 0$. The slow space-charge wave interacts with the helixwave at $\omega \sim \omega_M$. As a result we find growing waves at frequencies between the plasma frequency and ω_M. The maximum increment too lies in this frequency range. Fig. 6a follows from fig. 6b and 6c by increasing ω_M to infinity, since ω_M appearently depends on u_0/ϑ_{ph}.

The problem of wave propagation in a system is not solved by merely elaborating the dispersion equation. The boundary conditions must also be fulfilled. In our case it is required that the field strengh on the helix, the velocity modulation and the convection current in the beam are matched to the entrance of the system. These boundary conditions can be met by 3 waves in the positive direction. These three waves are available except in the stop-band below ω_p.

Without dealing with the whole theory, including the boundary conditions, we can gain insight in the power exchange between a beam-plasma system and a helix by investigating the power flow in the beam-plasma system. This power flow P_b is given by:

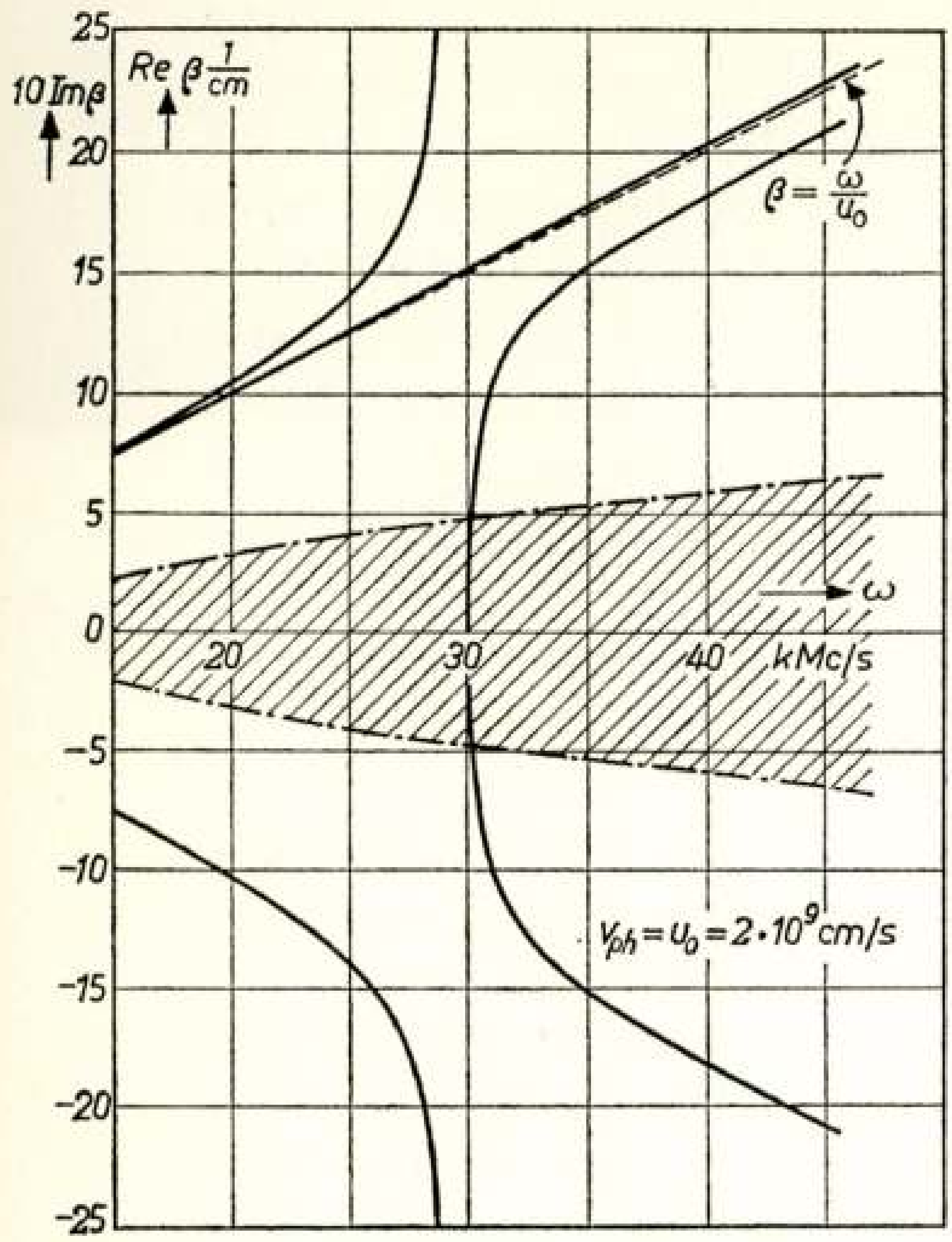


Fig. 6a

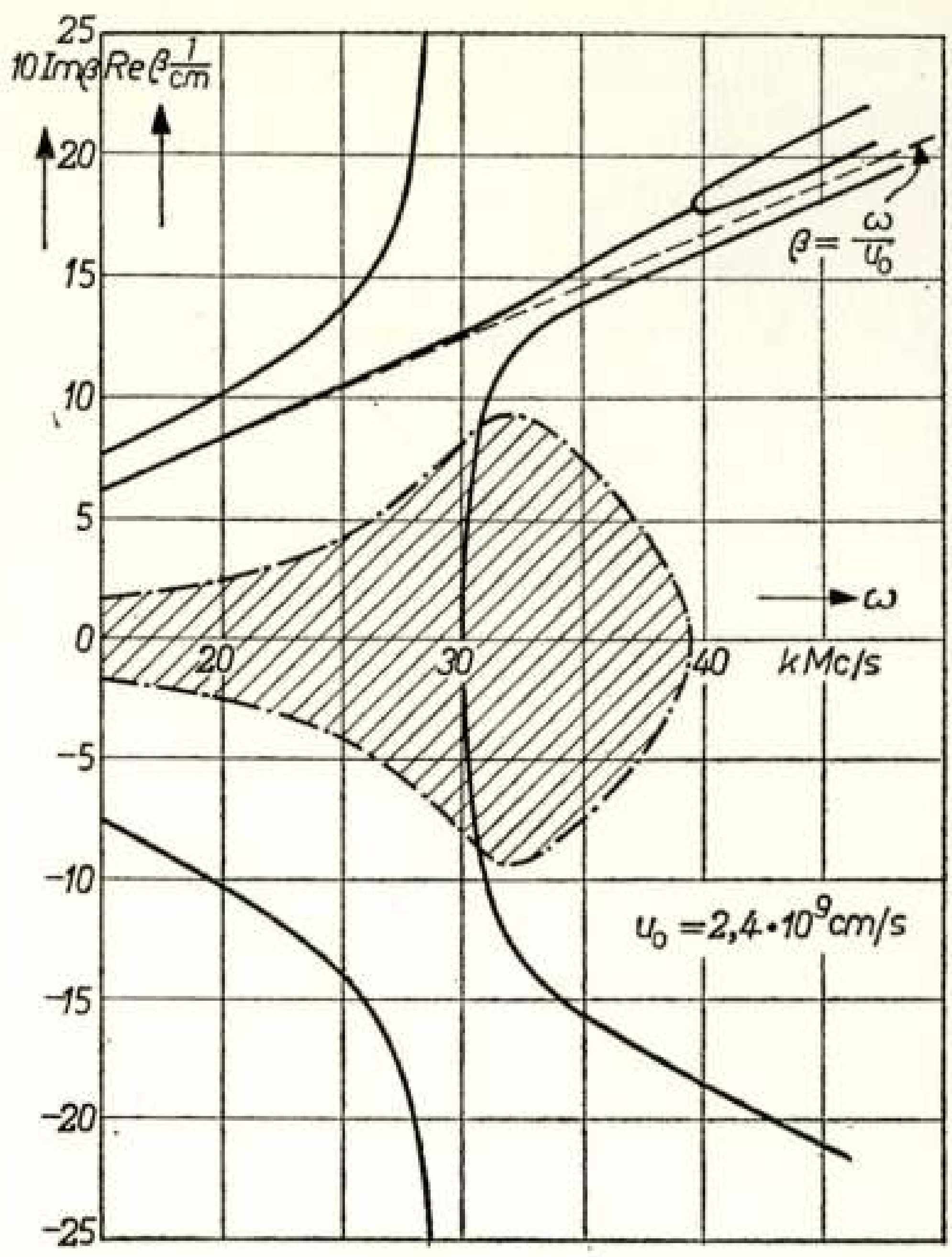


Fig. 6b

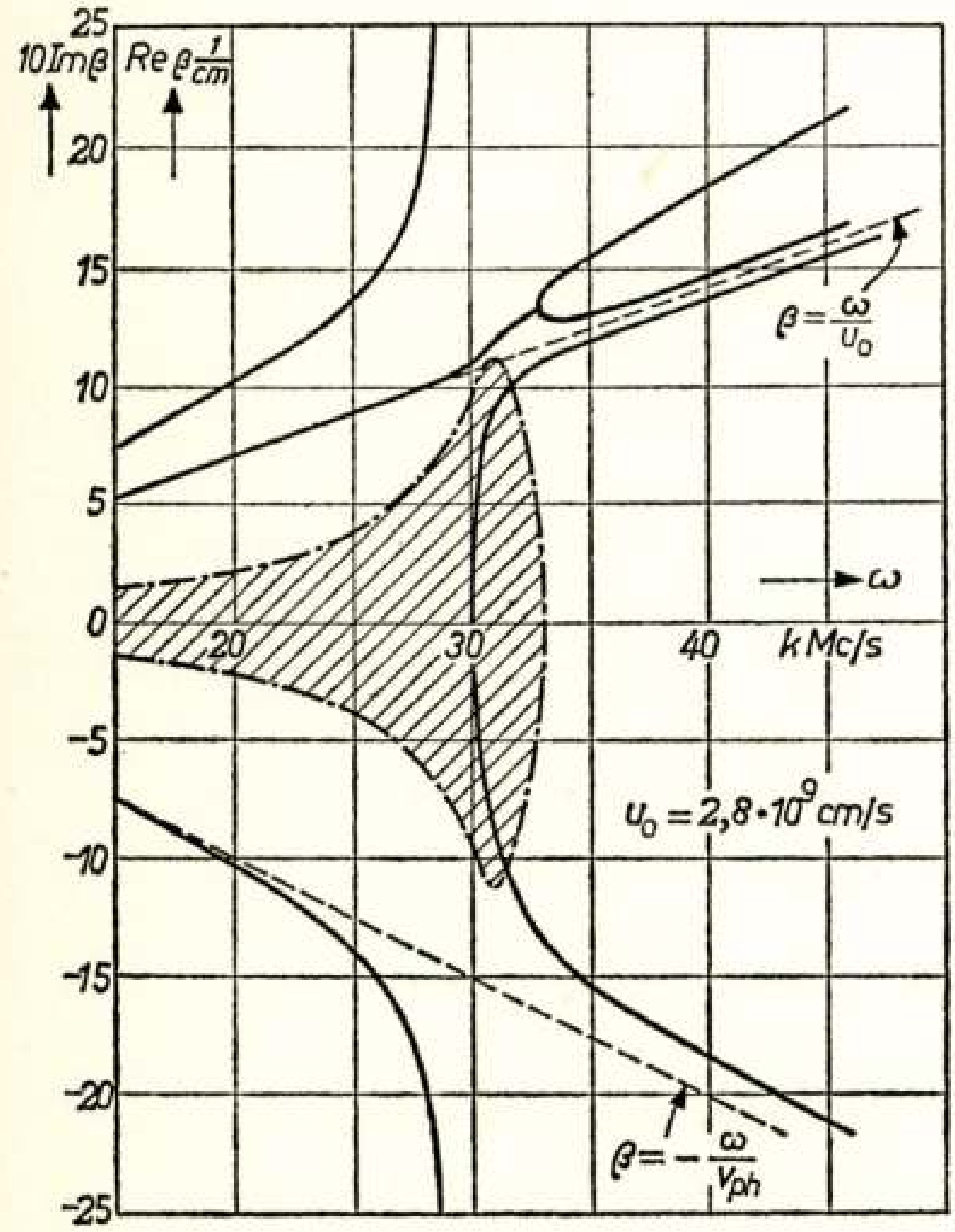


Fig. 6c

Fig. 6

Dispersion diagram for helix-beam-plasma coupling. The parameters used for this calculations are:

$Z_c = 330\ \Omega$, $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-14}\ A\ sec/V\ cm$,

$\sigma = 5\ 7 \times 10^{-2}\ cm$, $\omega_p = 3 \times 10^{10}\ sec^{-1}$,

$K_{cb}\ K_{bc} = 0\ 1$, $\omega_b = 10^9\ sec^{-1}$ and

$u_0 = 0\ 20 - 0.24 - 0.28\ 10^{10}\ cm/sec$;

$\vartheta_{ph} = 0.20 \times 10^{10}\ cm/sec$.

ω_M is the maximum frequency for which $Im\ \beta \neq 0$.

$$P_b = \frac{\omega\, \varepsilon_0\, u_0\, \omega_b^2\, e^{Im\,\beta\, z}}{|\omega - \beta\, u_0|^4}\, Re\,(\omega - \beta\, u_0)\, E_z\, E_z^*$$

(cf. ref. 11) eq. (25), where E_z is the total space-charge field ($E_p + E_b$). The power flow along the helix P_h, is *not* included. As is well known the total a.c. power flow in a helix-beam-plasma system ($P_b + P_h$) is constant for longitudinal space-charge waves [16]), so that, for energy transfer from the beam-plasma system to the helix P_b should by a function of z. This is the case, when $Im\,\beta \neq 0$ and $Re\,(\omega - \beta\, u_0) \neq 0$.
According to the figs. *6b* and *6c* this applies, when $\omega_p < \omega < \omega_M$ and when $u_0 > \vartheta_{ph}$, so that then an efficient coupling may be expected.

When $u_0 = \vartheta_{ph}$ we find that at all frequencies $Re\,(\omega - \beta u_0) \approx 0$ so that, although growing waves occur, a satisfactory coupling is not to be expected.

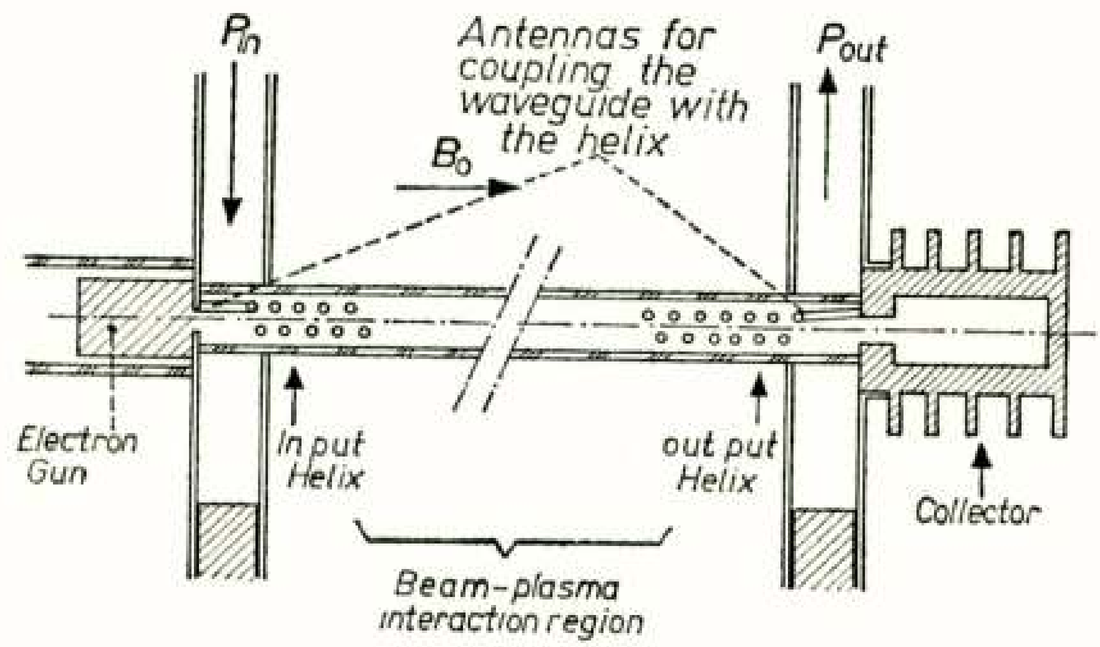


Fig. *7*
Sketch of a beam-plasma interaction tube

4. Experiments

A microwave-amplifier tube using both beam-plasma interaction and helix-beam-plasma coupling has been constructed. A sketch of this tube is given in fig. *7*. It is essentially a travelling-wave tube in which a part of the helix is removed.

The length of the tube is 20 cm and the length of the coupling helices is between 4,5 and 45 mm for the different tubes measured. The gain of the travelling-wave tube is equal or less than 0 *dB*. If mercury vapour is admitted into the tube, the beam produces a plasma, owing to ionization by impact, which is sufficiently dense to cause beam-plasma interaction in the

frequency band for which the tubes were constructed (3800-5000 *Mc/s*). The tube then behaves as shown in fig. 8, where the output power is plotted against the input power. In this figure we distinguish three regions:

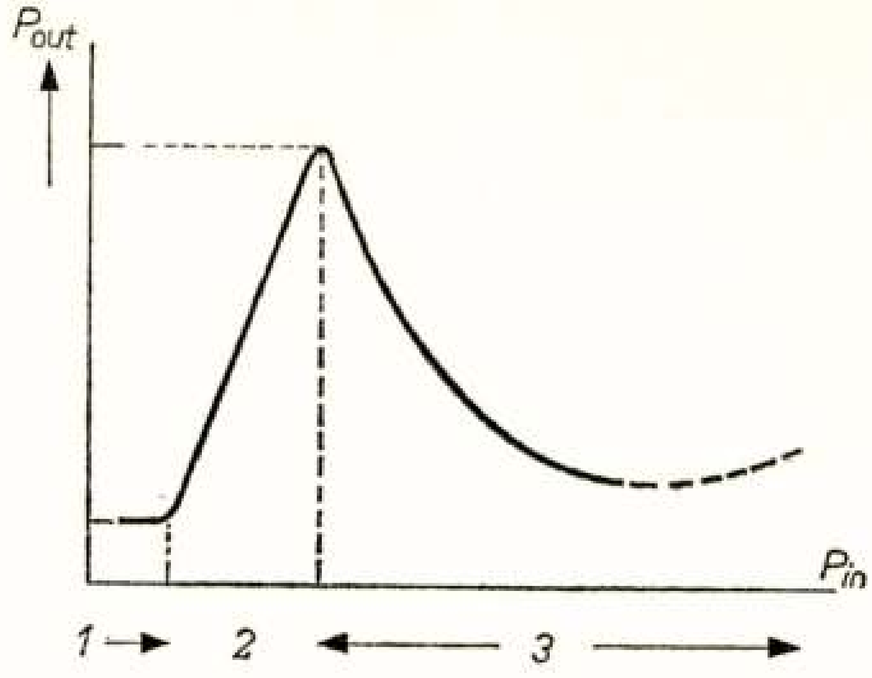


Fig. 8
General behaviour of the output power as a function of the input power as measured on 20 tubes

1). The region where the noise output is higher than the signal output.
2). The region where linear amplification predominates. The overall gain of the tube is then of the order of 60 *dB*, irrespective length of the coupling circuits. The maximum output power, however, decreases when the coupling helices become shorter than ~ 15 mm. The 3 *dB* bandwidth is 300 *Mc/s* for a single adjusment of all parameters. At 5500 *Mc/s* the gain of the tube is decreased to 30 *dB* due to radiation of the helix.
3). The „non-linear" region. In this region the non-linear effects predominate and, when the electrons overtake each other due to the high signal level, even the fundamental equations no longer apply.

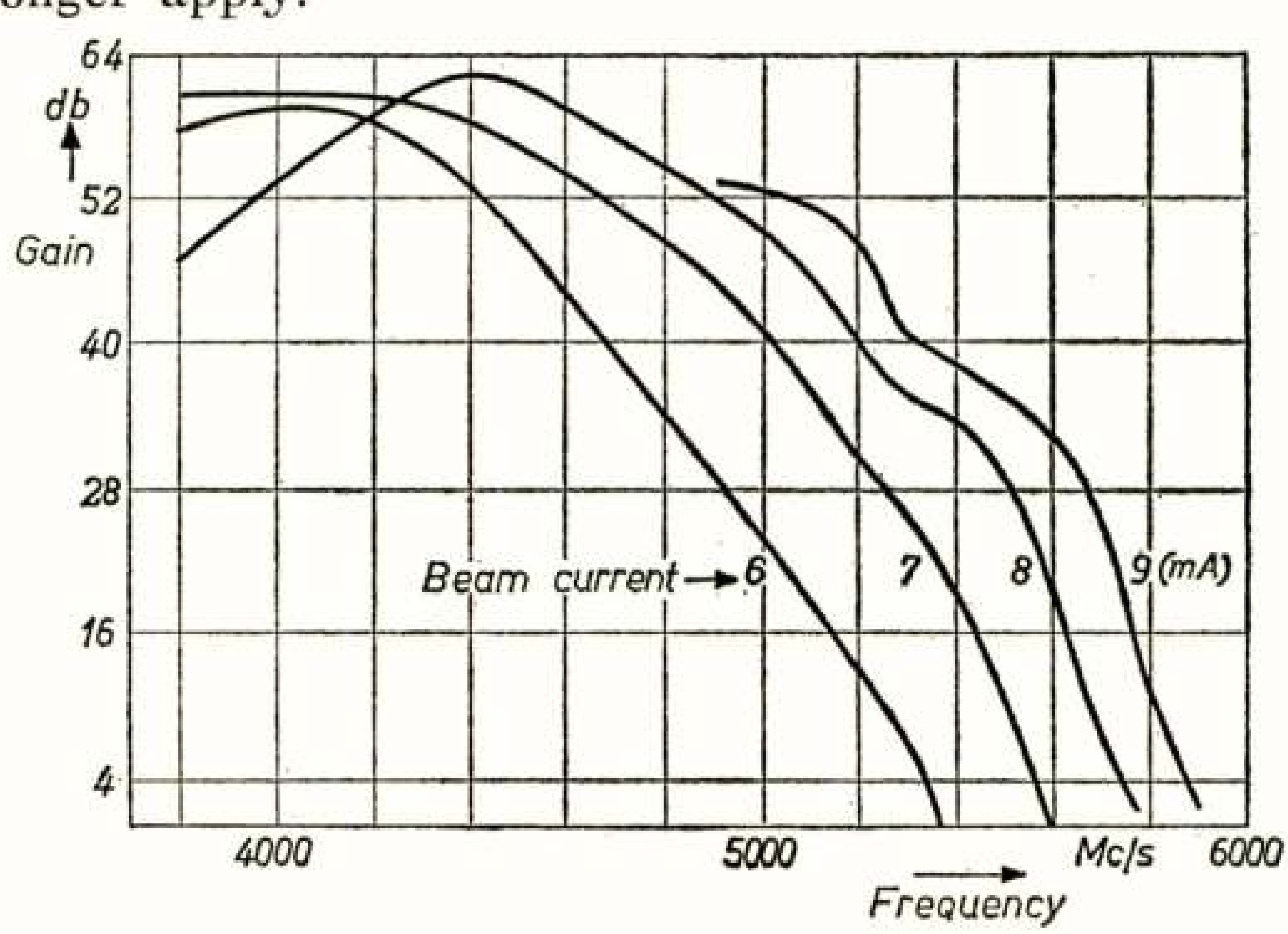


Fig. 9
Amplification as a function of the frequency with the current as a parameter

The „maximum output power of the tube lies between 0,1 and 0,3 *W*. These numbers do not involve a maximum obtainable efficiency since about 60% of the beam is lost in the ionising collisions. More efficient tubes coult be made by using lower gas pressure and higher beam-current.

We shall first discuss the linear region somewhat more in detail. Since the beam produces the plasma, the plasma density and, therefore, the frequency of the optimum beam-plasma interaction increases with the beam-current. This is shown in fig. 9. where the amplification of a tube is plotted as a function of the frequency with the beam current as a parameter. This shows that indeed beam-plasma interaction must be the amplifying mechanism. In fig. 10 the gain of a tube (this special tube

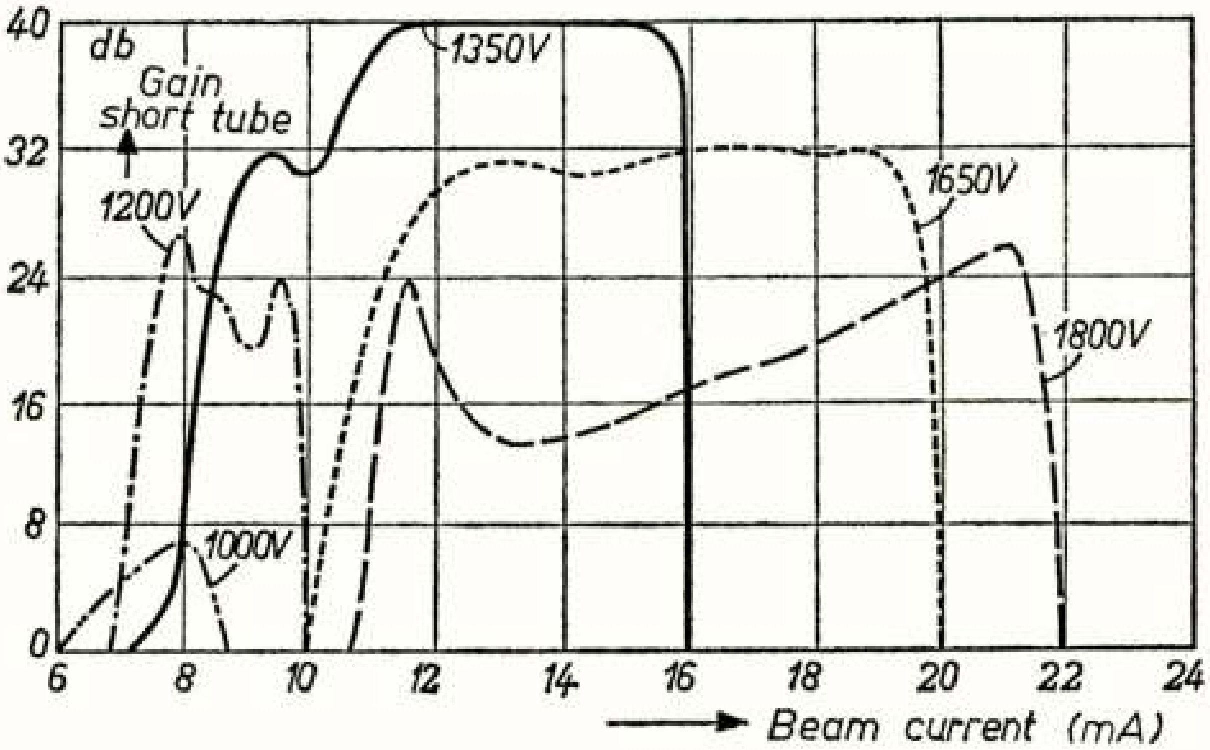


Fig. 10

Amplification of a short tube, in which the beam-plasma interaction space is half the length of the tube used in the measurement of fig. 8. The beam voltage is the parameter. The greatest amplification occurs at 1350 V ; this is higher than the synchronous voltage as predicted in the preceding paragraph

is shorter than the tubes mentionned earlier so that the gain is less) is plotted against the beam-current with the beam velocity as a parameter. The maximum gain appearently occurs when the beam velocity exceeds the phase velocity of the helix (corresponding to a beam voltage of 1000 V). This seems to be in accordance with the theory of helix-beam-plasma coupling.

For a microwave amplifier the non-linear region is not of much interest; for the study of non-linear effects, however, it may be of importance. Non-linear effects are: harmonics gene-

ration, frequency multiplication, heating of the electrons of the plasma, the decreasing beam velocity. All these effects might be studied by using tubes of the type described above incor porating the necessary elements for measuring of the special effects under study. An example of such a measurement is shown in fig. 11, where a saturation curve for a short tube is shown simultaneously with the collector current at a constant cathode current. We observe a sharp decraese of the collector current near the saturation point (the difference between the input powers at which saturation and a current decrease occur might be due to the fact that both curves have been measured at different places and that beam-plasma interaction still takes place between the output helix and the collector. This sharp decrease is probably due to the fact that the drift velocity of a beam suddenly vanishes owing to the excitation of strong oscillations in a beam-plasma system. This effect has been investigated by Buneman in ref. 18). The drift energy of the beam is then transferred to random energy which means that a hot electron gas is generated. Experiments to study the heating of a beam-generated plasma are described in ref. 17).

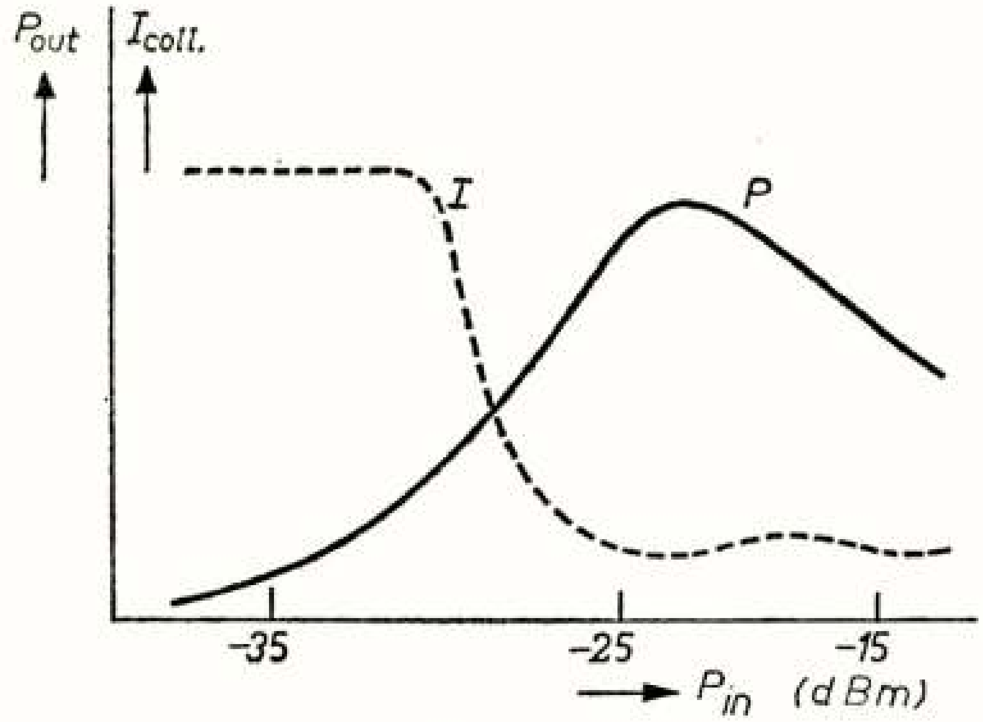


Fig. 11
Output power and collector current as a function of the input power

Finally we should like to draw the attention to anothor interesting application of the coupling of electromagnetic circuits and waves in a plasma. In this case the waves are not the space charge waves but the cyclotron waves at low frequencies (Alvén waves) and the coupling does not take place via the electric field as in the tube described above, but via the magnetic field. In this case too growing waves are obtained when the plasma has attained a drift velocity[19]) and consequently a transformation of drift energy. In principle it is anologous to a travelling wave tube for low frequencies. Such a system is regarded as a magneto-hydrodynamic generator.

Acknowledgement

The autors gratefully acknowledge the many stimulating discussions with Dr. Groendijk and the preparation of the computer program by Mr. Wasscher and his co-workers. The autors are also grateful for the experiments so skillfully carried out by Mr. Bodt.

REFERENCES

1. I. Langmuir, Phys. Rev. *26*, 585, 1925.
2. Penning, Physica *6*, 241, 1926.
3. L. Tonks and I. Langmuir, Phys. Rev. *33*, 195 or 990, 1929.
4. A. V. Haeff, Phys. Rev. *74*, 1532-1533, 1948.
5. A. V. Haeff, Phys. Rev. *75*, 1546-1551, 1949.
6. A. V. Haeff, Proc. I.R.E. *37*, 4-10, 1949.
7. J. R. Pierce and W. B. H. Hebenstreit, Bell Syst. Techn. J. *28*, 33-51, 1949.
8. D. H. Looney and S. C. Brown, Phys. Rev. *93*, 965-969, 1954.
9. G. D. Boyd, L. M. Field and R. W. Gould, Phys. Rev. *109*, 1393-1394, 1958.
10. M. T. Vlaardingerbroek and K. R. U. Weimer, Philips Res. Repts, *18*, 95-108, 1963.
11. M. T. Vlaardingerbroek, K. R. U. Weimer and H. J. C. A. Nunnink, Philips Res. Repts. *17*, 344-362 1962.
12. H. Groendijk, Tijdschr. Ned. Radio Gen. 26, 51-64, 1961.
13. M. T. Vlaardingerbroek and K. R. U. Weimer, Ned. Tijdschr. v. Nat. *27*, 207-212, 1961.
14. R. W. Gould and A. W. Trivelpiece, Electronic waveguides, Polytechnic Press, New York 1958, page 218.
15. P. H. J. A. Kleynen, Tijdschr. Ned. Radio Gen. *24*, 71-88, 1959.
16. H. A. Haus and F. N. H. Robinson, Proc. Inst. Radio Engrs. *43*, 981-991, 1955.
17. L. D. Smullin and W. D. Getty, Quart. Progress. Rep. *62*, 35-42, 1961 and following numbers.
18. O. Buneman, J. of Nuclear Energy, C.*2*. 119-134, 1961.
19. H. A. Haus, J. Appl. Phys. *33*, 2161-2172, 1962.

Manuscript ontvangen 24 april 1963.

De elektromagnetische straling gepaard gaande met zonnevlammen

door C. de Jager *)

1. De zonnevlam

De vlam is een gebied op of nabij de zon waar de straling kortstondig en vrij plotseling snel toeneemt en langzamer afneemt. In het visuele spectraalgebied is de emissie voornamelijk monochromatisch en wordt vooral waargenomen in de Balmer-lijnen van waterstof (vnl. $H\alpha$), die vooral in sterke vlammen intense emissiepieken vertonen en sterk verbreed zijn.

De mediane levensduur van een vlam is ongeveer een half uur, maar er zijn er die enkele uren duren; vaak is de vlam dan complex en bestaat hij uit verschillende emissiepunten, die achter elkaar oplichten (fig. 1). De grootste helderheid wordt doorgaans in enkele, gemiddeld in ca. vijf minuten bereikt.

Vlammen gaan gepaard met de emissie van *elektromagnetische straling* in een groot spectraalgebied: van radiogolven in het dekametergebied tot gammakwanten van enkele MeV. Verder zijn vlammen geassocieerd met de *versnelling van materie:*

(a) *Vlamtongen:* langzame wolken gedeeltelijk neutraal plasma ($T \approx 10^4$ °K) die zich met snelheden van 50 tot 200 km/sec van de zon kunnen verheffen, vaak langs gebogen banen gaan (magnetisch veld!) en vaak een pulserende, heen en weer gaande beweging beschrijven.

(b) Deeltjeswolken die door de interplanetaire ruimte lopen met snelheden van ca. 1000 km/sec en één tot twee etmalen na de vlam de aarde bereiken.

(c) Elektronenwolken die met snelheden van 60 000 tot 270 000 km/sec door de zonnecorona schieten.

(d) Wolken sub-relativistische protonen, met proton-energieën in de orde van 10-1000 MeV, dus: snelheden van de orde der lichtsnelheid, die overigens pas na 2 tot 20 uur de aarde bereiken (de snelheid van de wolk schijnt langzamer dan die der deeltjes).

---

*) Sterrewacht Sonnenborgh, Utrecht

(e) Kosmische stralingsdeeltjes, met energieën boven 10^9 eV, tot ca. 10^{10} eV; ook deze wolken komen op aarde nadat de vlam is gezien: de vertraging is 10 min tot enkele uren.

Niet al deze deeltjes en ook niet het hele elektromagnetische spectrum wordt door de zichtbare vlam zelf geemitteerd. Men

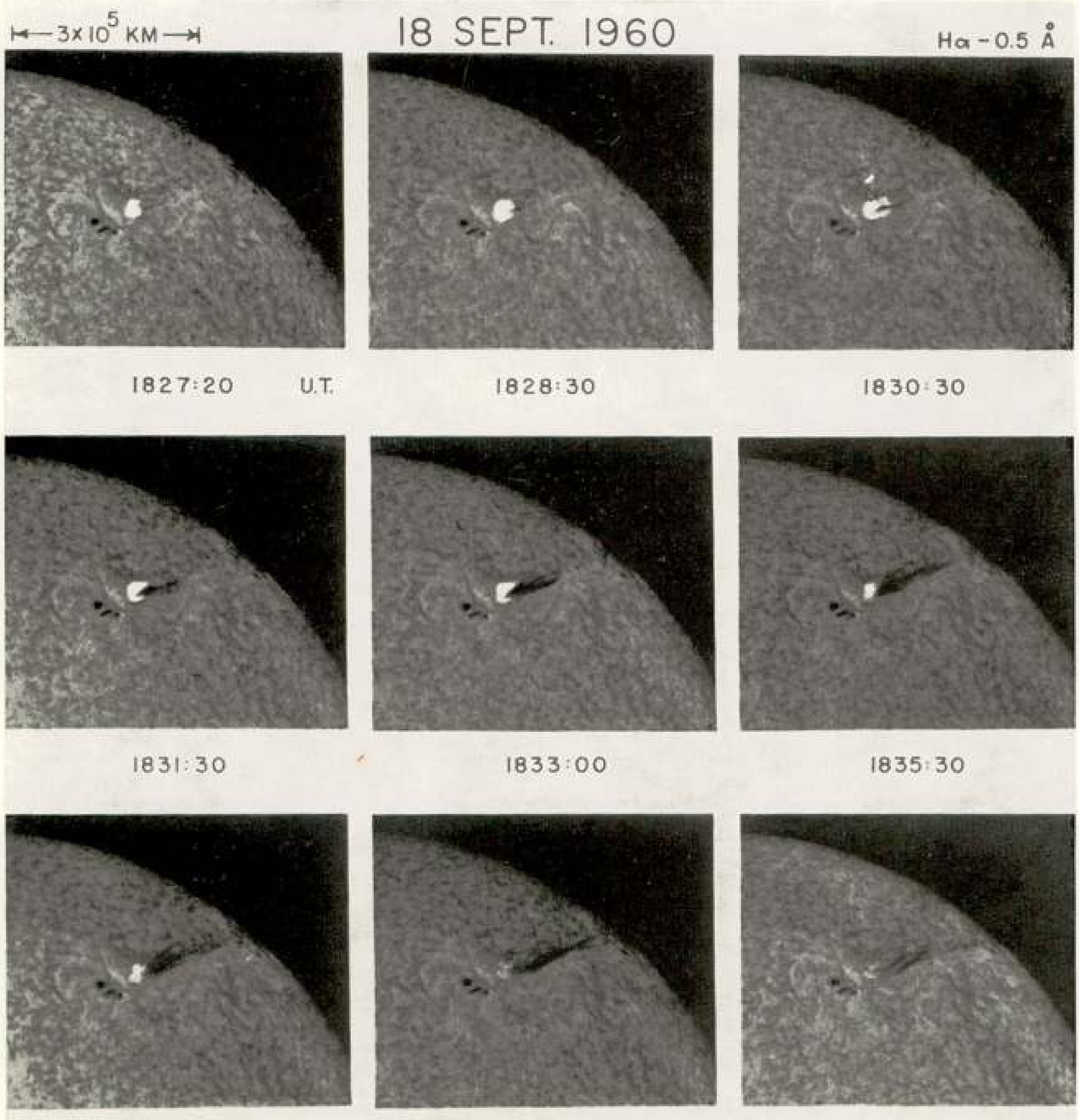


Fig. 1:
De ontwikkeling van een kleine zonnevlam, gevolgd door een sterke vlamtong.
Opname: Lockeed Solar Observatory; G. Moreton

heeft in de laatste jaren leren onderscheiden tussen wat men wel noemt de *optische vlam* en de *radio-* (of *röntgen-*)*vlam*; voor de emissie van energierijke straling of deeltjes is laatste wellicht belangrijker dan de eerste.

De *optische vlam* treedt nooit ver boven het zonsoppervlak op

en komt gemiddeld voor in de chromosfeer van de zon of in het overgangsgebied chromosfeer-corona, op hoogten tussen enkele duizenden en tienduizenden km boven het zonsoppervlak.

De temperatuur is van de orde 10^4 tot 10^5 °K, van dezelfde orde als die van de omgeving, maar de dichtheid (ca. $10^{13,5}$ deeltjes/cm^3) is 10^3 tot 10^5 maal groter dan die van de omgeving. Het wezenlijke van de optische vlam is dus de grote en snelle *verdichting:* waarschijnlijk het gevolg van een instabiliteit van het gas of het magnetische veld, of van beide, die leidt tot compressie, die weer tot een grotere dichtheid en die tot een vergroting van de uitstraling en de afkoeling.

De optische vlam kan een oppervlak (10^4 km)^2 beslaan en lijkt ook vrij dik; tóch blijkt de totale geometrische dikte van het stralende gas niet groter te zijn dan 10 tot 100 km, waaruit blijkt dat de vlam een zeer inhomogene structuur heeft, bestaande uit een groot aantal kleine verdichtingen, — men komt er toe te denken aan een „pinch"instabiliteit.

De *radio- of röntgenvlam* is geassocieerd met de optische vlam maar treedt waarschijnlijk niet op precies dezelfde plaats op. Dit deel van de vlam is verantwoordelijk voor de radio- en röntgenstraling die tegelijk met de optische vlam wordt waargenomen en moet wel temperaturen hebben van 2×10^6 tot 10^7 °K of misschien nog meer. Een dergelijk heet gas zendt geen straling uit in het optische spectraalgebied.

2. Het optische spectrum

Figuur 2 toont intensiteitprofielen van de spectraallijnen $H\alpha$ tot $H\zeta$ (zonder $H\delta$) van de Balmer-reeks van waterstof en van de sterke resonantielijn van Ca^+ bij 3968,5 Å; ieder lijnprofiel wordt vergeleken met het corresponderende spectrum van de rustige zon. Opvallend zijn de emissiepieken en de brede vleugels van de sterke lijnen; ook blijkt dat een aantal zwakkere lijnen worden opgevuld of in emissie verschijnen.

Een veel gebruikte formule voor de interpretatie van deze profielen is:

$$I(\Delta\lambda) = I_z(\Delta\lambda)\, e^{-\tau \sec \vartheta} + E\,(1 - e^{-\tau \sec \vartheta}) \qquad (1)$$

Hier is

I : de waargenomen stralingsintensiteit in de lijn;

$\Delta\lambda$: de golflengte-afstand tot het lijnspectrum;

I_z : de straling die geëmitteerd wordt door de rustige zon;
τ : de optische dikte van de vlam; $d\tau = \varkappa\,(\Delta\lambda)\,dz$ met;
$\varkappa\,(\Delta\lambda)$: absorptie coefficient bij $\Delta\lambda$, per cm;
z : de hoogte boven het zonoppervlak:
ϑ : hoek tussen uittredende stralen en de normaal op het zonsoppervlak:
E : de bronfunctie in de vlam (al of niet afhankelijk van de golflengte $\Delta\lambda$).

De uitdrukking (1) is een benadering omdat ze veronderstelt dat de uittredende straling de *som* is van de bijdrage van de vlam en van de daaronder liggende zon; de laatste bijdrage wordt gedeeltelijk geabsorbeerd door de vlam, maar men veronderstelt dat de onder de vlam liggende lagen niet wezenlijk veranderen

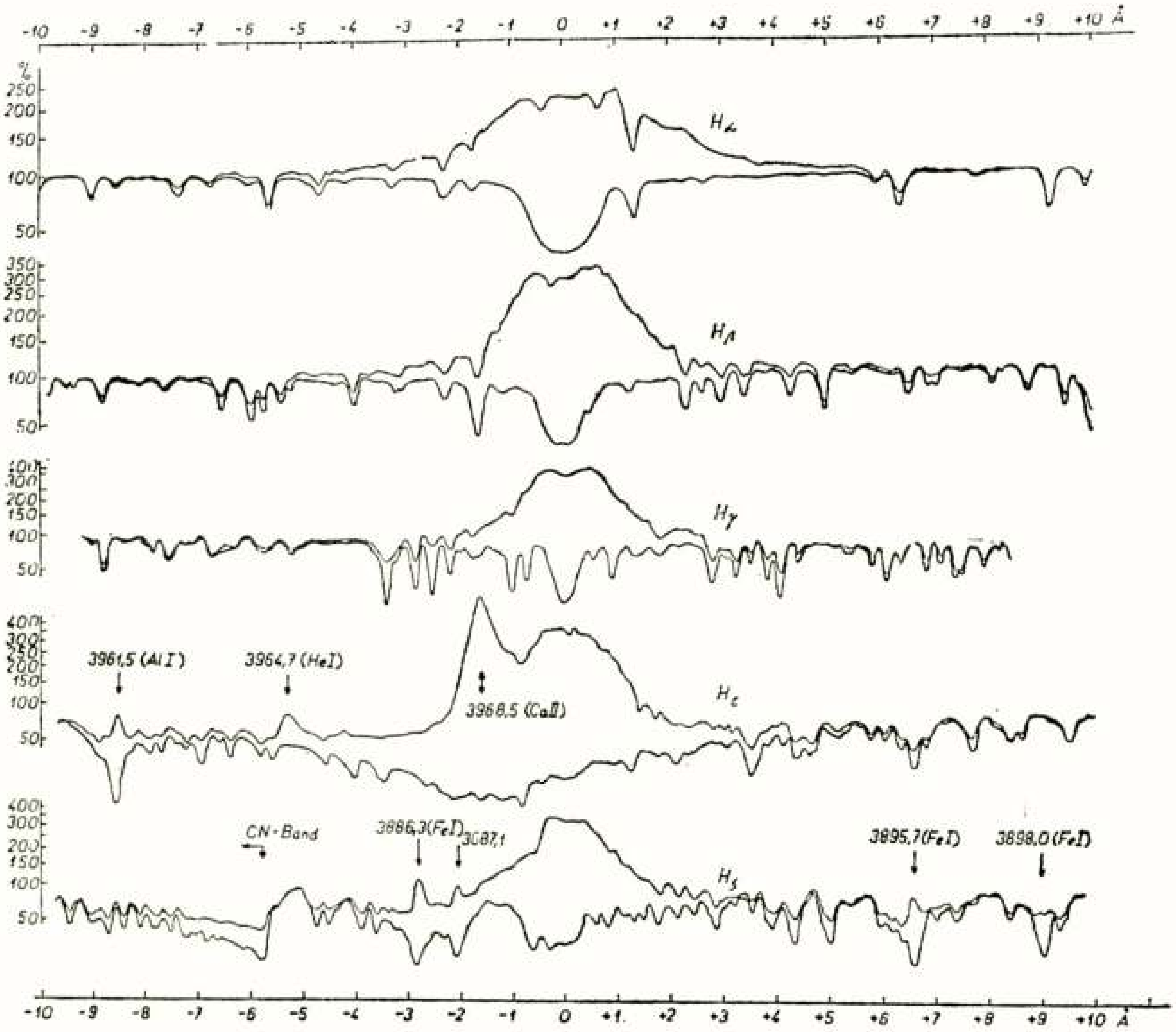


Fig. 2:
Profielen van de waterstoflijnen $H\alpha$ — $H\zeta$, en van $H(Ca^{+})$ voor de vlam van 30 juli 1958; $15^h 38^m 30^s$ U.T. De onderste van ieder lijnenpaar geeft het lijnprofiel voor de ongstoorde zon, de bovenste voor de vlam.
Z. Svestka, Bull. Astron. Institutes Czechoslovakia 11, 169, 1960

door het verschijnen van de vlam. Deze veronderstelling is waarschijnlijk niet juist, maar een betere is moeilijk te vinden.

Bij de interpretatie van vlamwaarnemingen met behulp van vgl. (1) speelt het verbredingsmechanisme in de H-lijnen een belangrijke rol. De kernen van de lijnen zijn verbreed door het thermische dopplereffect en misschien door turbulente bewegingen; de vleugels door stralingsdemping en door het interatomaire Stark-effect. De juiste uitdrukking voor de verbreding door dit laatste machanisme is nog niet gevonden; de oude theorie van Holtsmark, die statistische verbreding aannam, is verbeterd door Kolb met medewerkers, waarbij de invloed van de elektronenbotsingen in rekening wordt gebracht.

De bronfunctie $E(\Delta\lambda)$ is ongeveer gelijk aan de intensiteit van een zwarte straler met een temperatuur van 5000° — 9000°, afhankelijk van de sterkte van de vlam, maar dat is niet de werkelijke vlamtemperatuur: de afwijkingen van lokaal thermodynamisch evenwicht in de bezettingen der niveaus zijn belangrijk. De meeste niveaus zijn overbezet (indien men vergelijkt met de bezetting berekend met de wetten van Saha en Boltzmann), het grondniveau het meest, hogere niveaus minder. Dit veroorzaakt een verlaging van de differentiele aanslagtemperatuur, vergeleken met de kinetische temperatuur van het gas.

Bewerkingen van lijnen zoals die van fig. 2 door Svestka, Suemoto, De Feiter hebben tot het hierboven reeds beschreven model van de optische vlam geleid:

kinetische temperatuur	15 000°
elektronendichtheid	2 tot 3 x 10^{13}cm^{-3}
totale dikte van het stralende gas	10 tot 100 km

3. **Het radiospectrum van zonnevlammen**

Een voorbeeld van het gecompliceerde tijd-frequentie spectrum van de radiostraling gepaard met zonnevlammen wordt gegeven door fig. 3a, naar dr. A. D. Fokker; fig. 3b toont een werkelijk voorbeeld van zo'n spectrum, waargenomen op 18 juli 1961 en verkregen door samenvoeging van de waarnemingen van 5 verschillende Europese radio-observatoria.

Wij zullen ons hier alleen bezighouden met twee facetten van dit radiospectrum: de radiostoten van type III en van type IV.

Type III-radiostoten: Hun optreden valt doorgaans samen met het begin van de radiovlam: een emissie begint bij hoge frequentie (f=200–600 MHz) en schiet voort naar lagere, met $df/dt \approx$ 20–200 MHz/sec. Type III-radiostoten zijn waarschijnlijk radiogolven, geemitteerd door plasmatrillingen in de corona van de zon: dit volgt o.m. hieruit dat de interferometrisch-bepaalde hoogte van emissie van bronnen van type III-straling blijkt samen te vallen met de hoogte waar de lokale plasmafrequentie gelijk is aan de frequentie van waarneming.

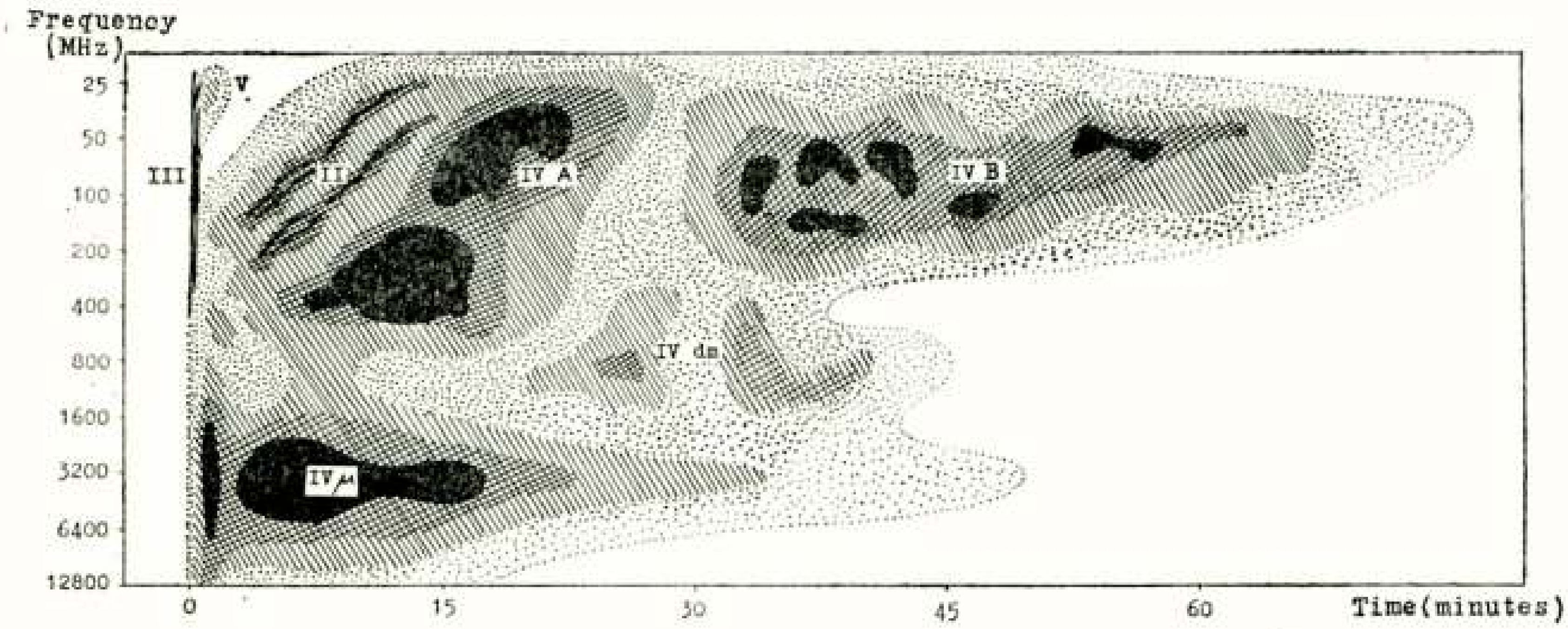


Fig. 3a:
Synthese van de vlam-geassocieerde radioverschijnselen

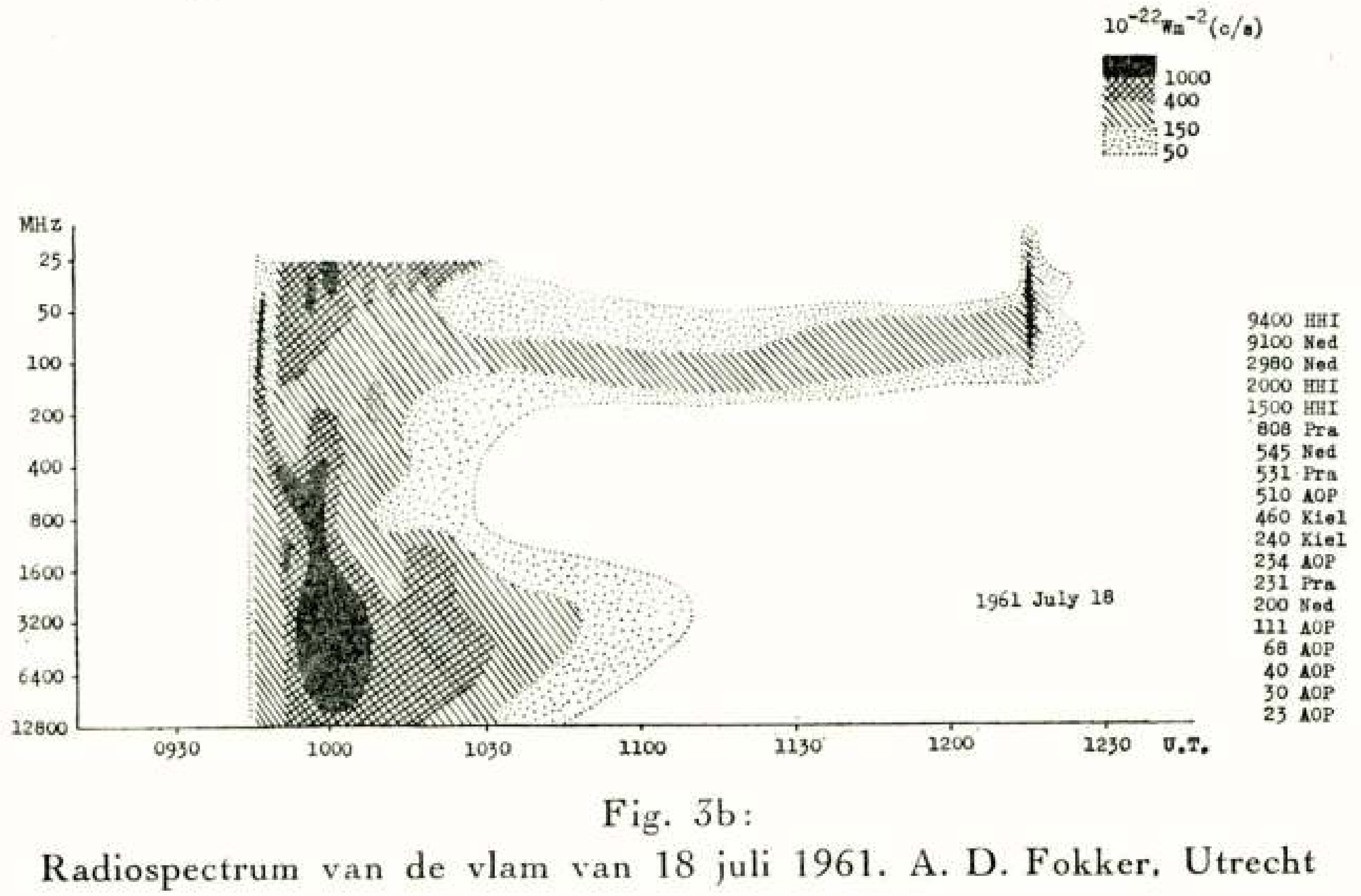


Fig. 3b:
Radiospectrum van de vlam van 18 juli 1961. A. D. Fokker, Utrecht

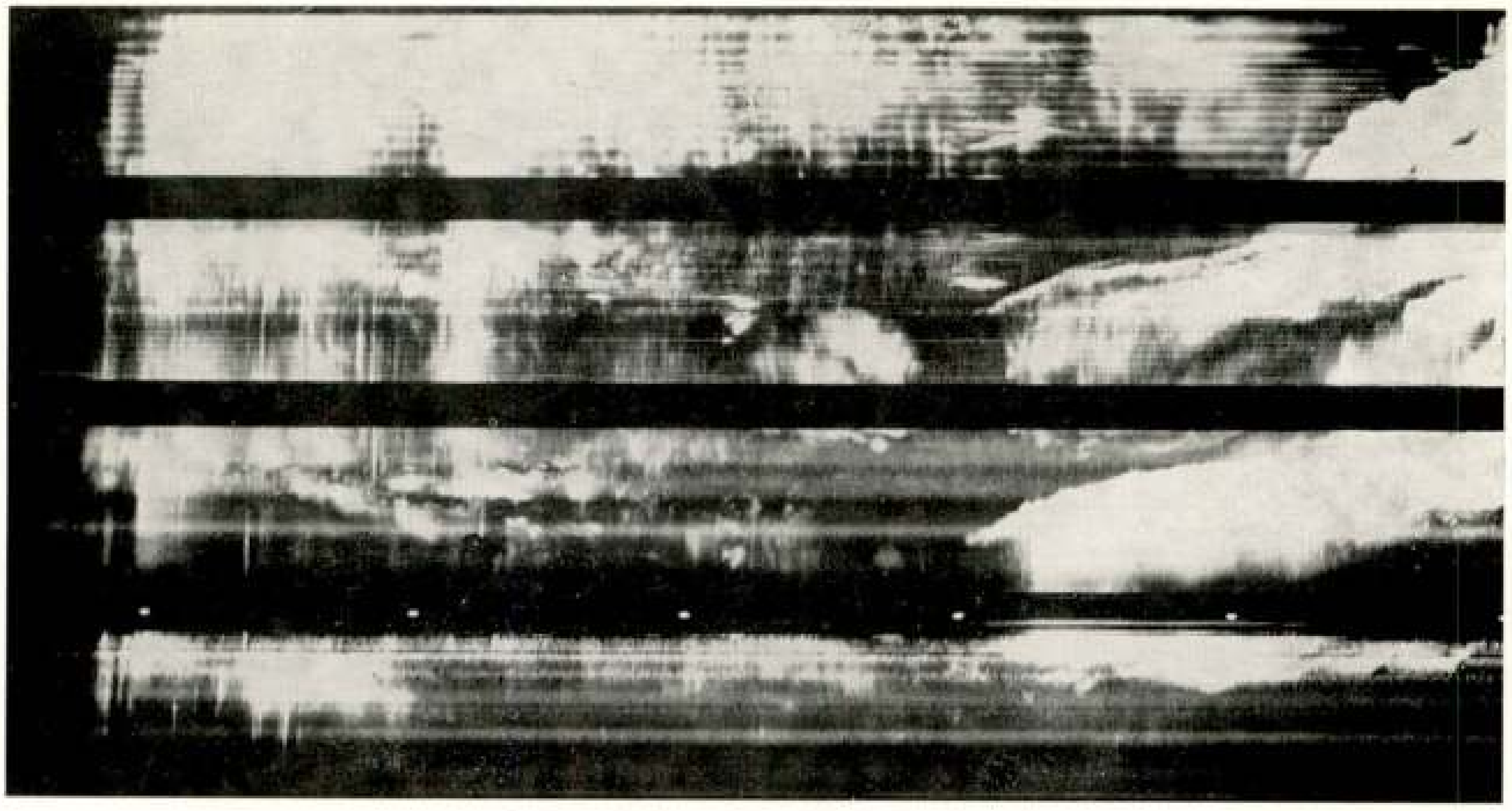


Fig. 3c:
Deel van het radiospectrum, geassocieerd met de vlam van 11 augustus 1960, opgenomen op het Radio-observatorium te Fort Davis, Texas, A. Maxwell.
Abscis is de tijd: $19^h 25^m$ — $19^h 27^1/_2{}^m$ U.T.
Ordinaat is de frequentie: 580 MHz (onder) tot 25 MHz (boven)

Dit geeft ons het recht de frequentieschaal van de ordinaat te koppelen aan een hoogteschaal en zo duidt de frequentiedrift der type III-radiostoten op een verplaatsing van een exitator door het plasma van de zonnecorona.

Wild en medewerkers [1])vonden snelheden tussen 0.2 c en 0.9 c, met een top bij 0.5 c (c=lichtsnelheid); Hughes en Harkness [2]) vonden een gemiddelde snelheid van 0.4 c.

Gedetailleerde intensiteitsprofielen van type III-stoten verkregen door T. de Groot, Utrecht, (zie fig. 4) tonen meestal een asymmetrisch profiel, met een exponentiele intensiteitsafname. De exponentiele staart is te begrijpen: plasmatrillingen, door welke oorzaak dan ook opgewekt zullen door botsingen met de ionen uit het plasma gestoord worden; dit geeft een exponentiele intensiteitsafval $e^{-t/\tau}$, met een uitdemptijd τ gelijk aan de gemidmelde tijd tussen twee botsingen

$$\tau = T^{3/2} / 15 N_e Z$$

[1]) J. P. Wild, K. V. Sheridan en A. A. Neylan: Australian Journ. Phys. 12, 369, 1959

[2]) M. P. Hughes en R. L. Harkness: Astrophys. Journ. 1963

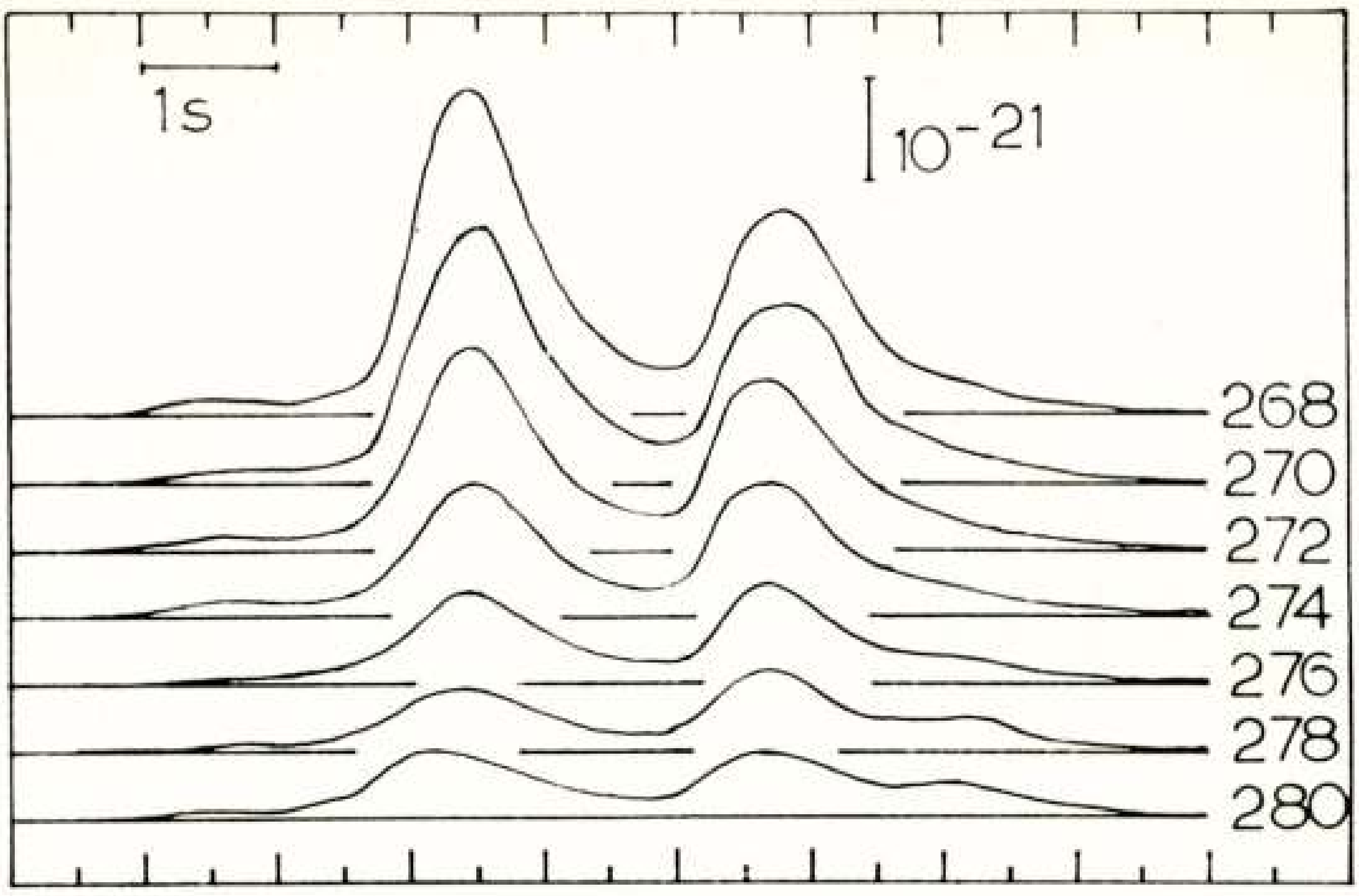


Fig. 4:
Spectrum van een type III-radiostoot, verkregen te Dwingeloo door T. de Groot. (Bijschrift: frequentie in MHz)

Door in te vullen:

T = corona temperatuur $\approx 10^6\ {}^\circ K$,
N = elektronendichtheid $10^8\ cm^{-3}$,
Z = 1 (de corona bestaat hoofdzakelijk uit waterstof),

vindt men

$$\tau \approx 1 \text{ seconde},$$

wat redelijk overeenstemt met de waarnemingen.

Een meer gedetailleerd onderzoek van de profielen van type III-stoten [3]) leidde tot kinetische temperaturen in het plasma van 2 tot 7 miljoen graden Kelvin.

Om de *vorm* van het *hele* profiel te bepalen moet men iets aannemen over de snelheid waarmee het exciterende front door de corona opwaarts beweegt en over de dikte van het front en/of verdere frequentieverbredingsoorzaken. Hughes en Harkness vonden dat het front zich verdikt bij het opstijgen (fig. 5). Erickson vond radio-interferometrisch dat de bron van de type III-straling gezien voor de schijf op lage frequenties (30-50 MHz) een uitbreiding heeft van dezelfde orde als de straal van de zon.

[3]) C. de Jager, F. van 't Veer en Ch. L. Seeger: Recherches Obs.Astron. Utrecht 14 (1), 1958

Dit bevestigt het beeld van fig. 5: type III-stoten worden veroorzaakt door wolken elektronen die, zich alzijdig uitbreidende, naar buiten schieten met snelheden van ongeveer de helft van de lichtsnelheid.

(Dat de wolk uit *elektronen* moet bestaan en niet uit protonen of een neutraal plasma, zal in par. 4 worden getoond).

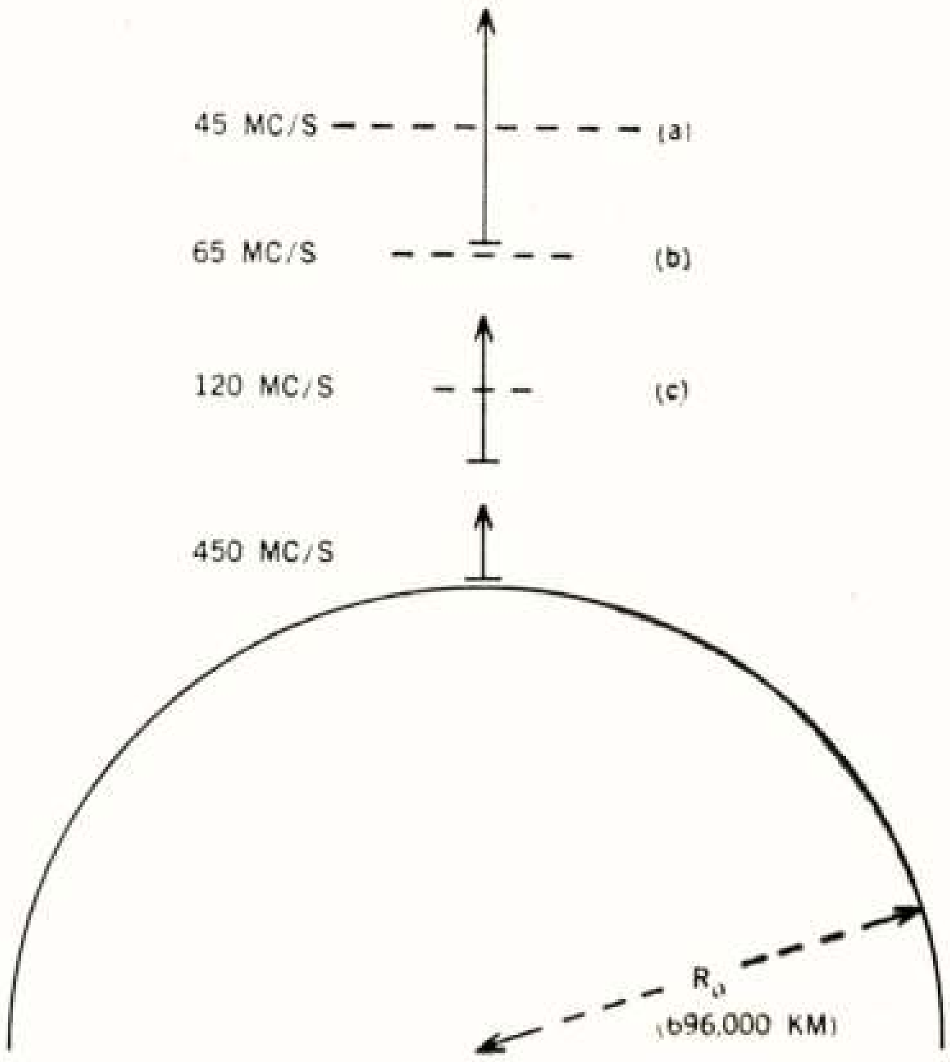


Fig. 5:
Radiële uitgebreidheid van een type III-exciterende wolkdeeltjes. Naar Hawkins en Hughes, Fort Davis, Texas

De aanslag van de elektromagnetische straling levert moeilijkheden op indien een *homogeen plasma* verondersteld wordt: oneindig uitgebreide longitudinale plasmatrillingen leiden niet tot de emissie van elektromagnetische straling doordat de verschuivingsstroom de ladingsstroom compenseert. Het is daartoe nodig een inhomogeen plasma aan te nemen.

4. Röntgenstoten samenhangend met zonnevlammen

Het ruimteonderzoek gaf de mogelijkheid ook het ver-ultraviolette en röntgenspectrum der hemellichamen te onderzoeken en toonde dat er twee soorten röntgenstoten zijn die samenhangen met zonnevlammen:

(a) kortdurende stoten, die doorgaans in de eerste fase van zonnevlammen optreden en die in de tijd samenvallen met radiostoten in het cm-gebied (de z.g. type IV-cm-stoten) en soms met type III-stoten (fig. 6).

De radiostoten van type IV (cm en dm) worden toegeschreven aan synchrotronstraling, van elektronen, gevangen in het magnetische veld van een complexe zonnevlekkengroep; de type III-stoten, zoals we hierboven zagen, aan plasmatrillingen, veroorzaakt door snelle elektronenwolken die opschieten door de zonnecorona.

(b) langerdurende stoten, die ongeveer even lang bestaan als de

type IV-dm-stoten en als de optische vlam.

De energie van de röntgenstoten is van de orde van $10^5 eV$ (de golflengte van de straling is ongeveer 0.1 Å) en wanneer men bedenkt dat een elektronenbundel met een energie van $10^5 eV$ een snelheid heeft van ongeveer $^1/_2 c$, dan is het duidelijk dat de snelle elektronen die

(1) men aantreft in de bundels deeltjes die

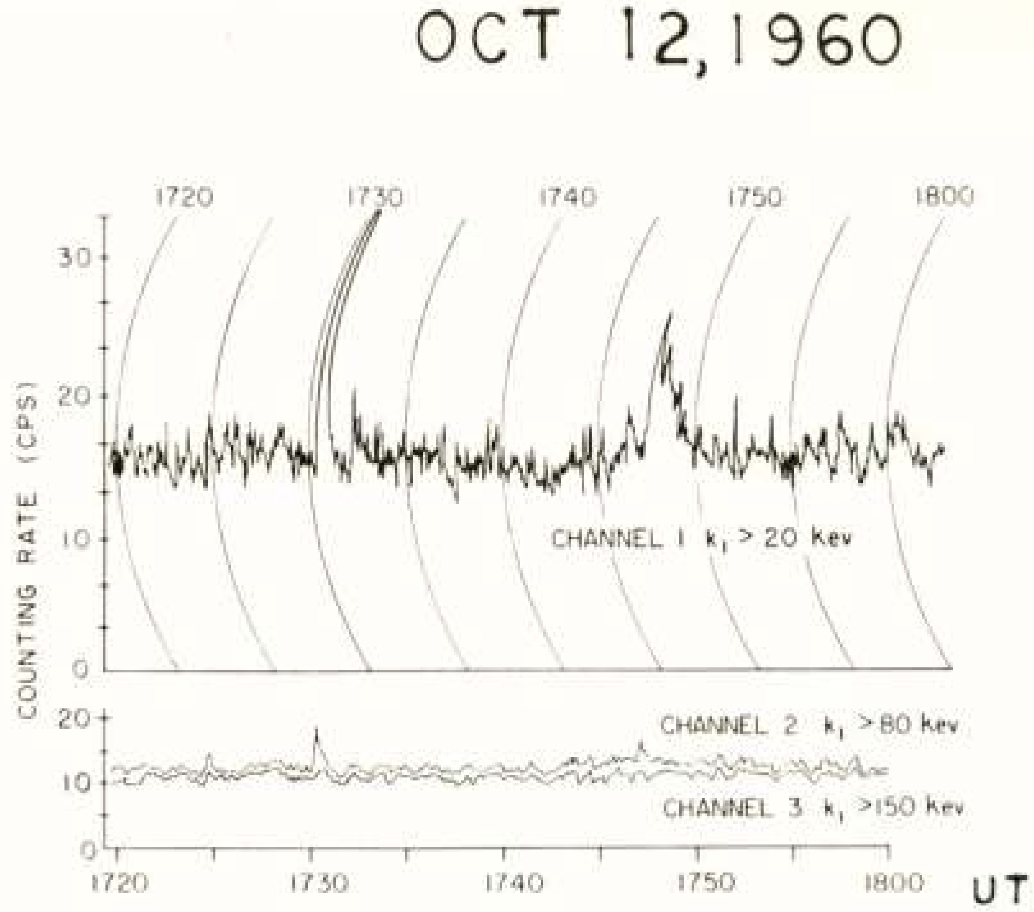


Fig. 6:
Samenhang tussen röntgen- en cm-radiostoten voor de vlam van 12 oktober 1960

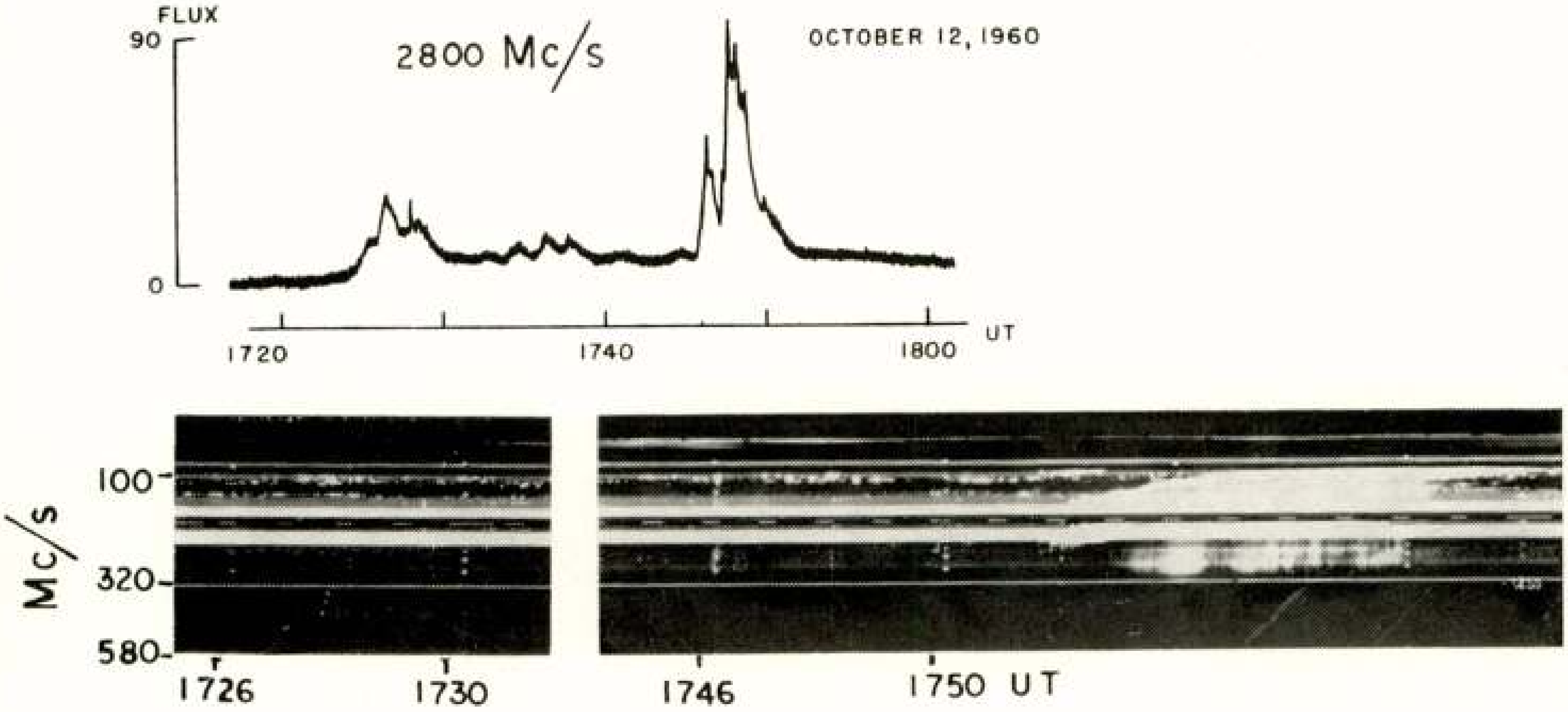


Fig. 6

type III-radiostoten veroorzaken;

(2) voorkomen in de korte röntgenstoten die gelijktijdig met type IV- of III-stoten optreden;

(3) nodig zijn om de synchrotronstraling van type IV-cm- of dm-stoten te verklaren,

alle versneld moeten worden in elektrische velden van de orde van 10^5 volt, om deze energieën te krijgen.

Het voorkomen van dergelijke grote velden in de zonnecorona is nog een raadsel, in verband met het grote geleidingsvermogen

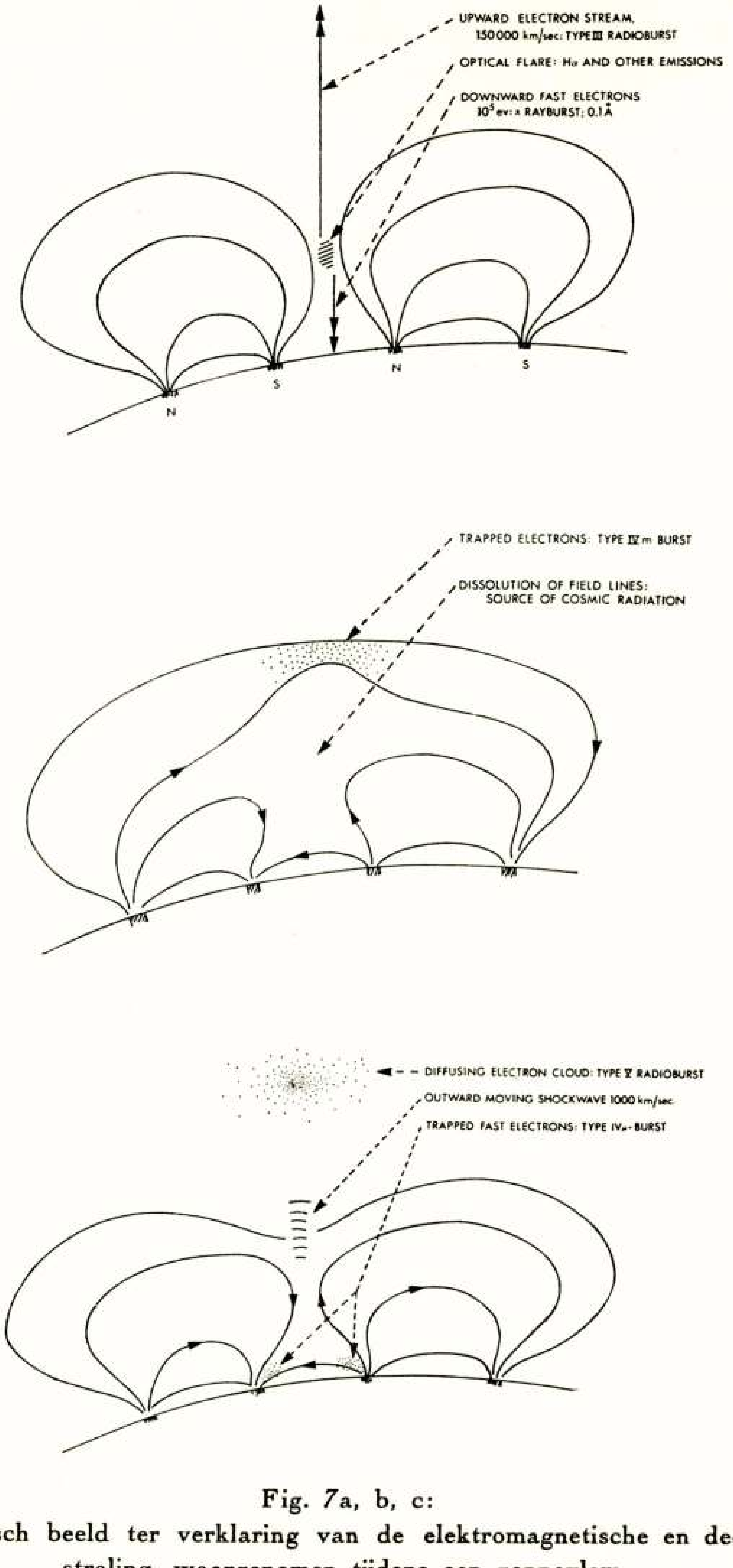


Fig. 7a, b, c:
Schematisch beeld ter verklaring van de elektromagnetische en deeltjes-straling, waargenomen tijdens een zonnevlam

van het coronaplasma, waardoor een veld, indien het eenmaal gevormd zou zijn, zeer snel door geleiding weer zou verdwijnen. Men vermoed dat deze velden ontstaan door inductie als gevolg van veranderende magnetische velden in de buurt van zonnevlekken.

5. Synthese

Het — nog zeer schematisch — beeld dat men zich heeft gevormd over het ontstaan van zonnevlammen en de daarmee verbonden verschijnselen wordt geïllustreerd door de schetsjes van fig. *7*. Er zijn drie fasen:

1. Ontstaan van de vlam door een plasma-instabiliteit samenhangend met veranderende magneetvelden. Ontstaan van elektrische velden, type III-elektronenbundels, röntgenstraling producerende elektronenbundels. Optische emissie in de Balmer-lijnen.
2. Het schokfront, ontstaan bij de instabiliteit die tot de vlam aanleiding gaf plant zich voort met snelheden van ca 1000 km/sec (de type II-radiostoot). Voortduren van de emissie van röntgensynchrotronstraling door gevangen elektronen.
3. In een latere fase kunnen bij sterke vlammen onder omstandigheden die we nog niet geheel begrijpen velden ontstaan van $10^7 - 10^{10} eV$, die de subrelativistische en relativistische deeltjes wolken doen ontstaan, die soms na zonnevlammen worden waargenomen: uitzending van „kosmische stralen" door de zon.

Manuscript ontvangen 25 februari 1964.

Radiogolven in de atmosfeer

door H. Bremmer *)

1. *De hogere atmosfeer opgevat als plasma*

Radiocommunicatie tussen aardse stations wordt sterk beheerst door de eigenschappen van het ionosferische plasma, terwijl de verbindingen met aardsatellieten en ruimteschepen mede door de geladen deeltjes van de daarboven gelegen exosfeer beinvloed worden. In beide gevallen heeft men te maken met een plasma dat dubbelbrekend is door de aanwezigheid van het aardmagneetveld. Het ionosferische en exosferische plasma wordt voorts gekenmerkt door een zeer lage ionisatiegraad, (voor de E-laag zelfs slechts van de orde van 10^{-11}), een lage temperatuur (hoogstens van de orde van 1500° K) en een absorberend vermogen voor de lagere frequenties. De sterk dispersieve eigenschappen worden hoofdzakelijk bepaald door de numerieke waarden van de volgende drie frequenties:

1) de plasma frequentie, in MKS-eenheden gegeven door $\omega_{pl} = (Ne^2/m\,\varepsilon_0)^{1/2}$, waarin N de elektronendichtheid voorstelt,
2) de frequentie ν die het gemiddelde aantal botsingen per seconde van een elektron met de neutrale deeltjes aangeeft,
3) de gyrofrequentie $\omega_H = eH/mc$ die bepalend is voor de precessiebeweging van de elektronen rondom de aardmagnetische krachtlijnen.

De plasmafrequentie bepaalt in grote trekken (namelijk bij verwaarlozing van de invloeden van het aardmagneetveld en van de botsingen) de grens tussen de hogere frequenties ($\omega > \omega_{pl}$) die zich zonder verzwakking door het plasma kunnen voortplanten, en de lagere frequenties ($\omega < \omega_{pl}$) waarvoor slechts een staande-golfbeweging met een in de ruimte exponentieel afnemende amplitude mogelijk is. Een verticaal omhoog gezonden golftrein zal daarom in de ionosfeer niet verder doordringen dan het niveau waar de plasmafrequentie gelijk wordt aan die van haar draaggolf, om daarna naar de aarde terug te keren.

Het meten van de hiervoor benodigde looptijd als functie van

---

*) Natuurkundig Laboratorium der N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken, Eindhoven.

de draaggolffrequentie vormt het klassieke middel om de hoogte-afhankelijkheid van de plasmafrequentie, en daarmede van de elektronendichtheid te bepalen. Deze bepaling vereist in zijn meest strenge vorm het oplossen van een Abelse integraalvergelijking, iets waarop het eerst gewezen werd door onze landgenoot De Groot (Laboratorium N.V. Philips).

De botsingsfrequentie uit zich doordat in het bijzonder frequenties in de buurt van ν onderweg gedeeltelijk geabsorbeerd worden. Door het meten van de daardoor veroorzaakte verzwakkingen kunnen plaatselijke waarden van ν bepaald worden.

Dit kan ook geschieden met behulp van het *Tellegen*-of *Luxemburg*-effect. Hieronder verstaat men dat de energie die door een sterke zender op de in zijn nabijheid gelegen ionosfeer overdragen wordt voldoende is om de thermische beweging van de daar voorkomende elektronen merkbaar te vergroten. Bij een in eerste benadering gelijkblijvende vrije weglengte zal de botsingskans dan evenredig aan de door de sterke zender toegenomen snelheid vergroot worden. De botsingsparameter ν zal daarom ter plaatse kunnen veranderen met het ritme van een door deze sterke zender uitgezonden modulatie. Als gevolg hiervan worden golven van een andere verbinding die het betreffende gedeelte van de ionosfeer moeten passeren in ditzelfde ritme afwisselend veel of weinig verzwakt, m.a.w. de modulatie van de sterke zender wordt gedeeltelijk op deze andere verbinding overgedragen. Om uit de betreffende metingen een waarde van ν te kunnen afleiden moet men echter ook nog weten hoeveel energie een elektron gemiddeld bij iedere botsing afstaat wanneer het temperatuurevenwicht met het omgevende neutrale gas verbroken wordt; hierbij kunnen laboratoriumexperimenten te hulp geroepen worden. Uit een en ander heeft men afgeleid dat ν op een hoogte van 90 km van de orde van 10^6 moet zijn.

Wat de betekenis van de elektronische gyrofrequentie ω_H betreft (deze is van de orde van 2 MHz) kan men opmerken dat de dubbelbrekende eigenschappen in het algemeen voor $\omega < \omega_H$ sterker op de voorgrond treden dan voor $\omega > \omega_H$. De lager gelegen gyrofrequentie voor protonen is slechts van geringe betekenis.

2. De ionosfeer als reflector

Voor aardse radiocommunicatie is het ionosferische plasma in de eerste plaats belangrijk als reflector. De daarbij behorende

stralengang kan geometrisch-optisch begrepen worden met behulp van de formule voor de brekingsindex η. Voor deze laatste, die in verband met de absorptie complex is, kan bij vewaarlozing van de invloed van het aardmagneetveld genomen worden

$$\eta = \sqrt{1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega\,(\omega + i\,\nu)}}\,. \qquad (1)$$

Het gedrag is nu geheel verschillend in de belangrijke limietgevallen $\omega >> \nu$ en $\omega << \nu$.

In het eerste geval (korte golven) kan men als verdere benadering gebruiken $n = (1 - \omega_{pl}^2/\omega^2)^{1/2}$ zodat het ionosferische plasma zich (althans voor $\omega > \omega_{pl}$) gedraagt als een diëlektricum met een reële brekingsindex. Hierbij geldt $n < 1$, hetgeen verband houdt met het feit dat de oscillerende component van de beweging van een vrij elektron (beschreven door een coordinaat die evenredig gesteld kan worden aan de polarisatie) in tegenfase is met de kracht (evenredig aan het elektrische veld) die haar opwekt. Bij een normaal diëlektricum daarentegen is de brekingsindex alleen kleiner dan de eenheid voor de hoogste frequenties, in het bijzonder die welke boven alle resonantiefrequenties gelegen zijn.

De hier zo belangrijke eigenschap $n < 1$ voor plasma's zoals ook in gasontladingen voorkomen, werd empirisch het eerst in 1920 aangetoond door Van der Pol en beschreven in diens proefschrift; zij heeft tot gevolg dat een van onderen op de ionosfeer invallende radiogolf niet steeds door deze heenschiet, maar bij gunstige nevenvoorwaarden naar de aarde teruggebogen *kan* worden. In dit laatste geval wordt het hoogste baanpunt bereikt op het niveau alwaar (bij benadering, verwaarlozing aardkromming) geldt $n = \sin \tau_a$ of $\omega_{pl} = \omega \cos \tau_a$; hierbij is τ_a de hoek tussen de invallende radiogolf en de onderrand van de ionosfeer. De baan dringt dus door tot een niveau onder dat van de grootste elektronendichtheid, welk laatste niveau slechts door een verticaal omhooggeschoten signaal ($\tau_a = 0$) bereikt wordt.

Hetgeen in deze gevallen als reflectie *tegen* de ionosfeer geïnterpreteerd wordt, is feitelijk een geleidelijke refractie *in* de ionosfeer. Volgens de W.K.B.-benadering van de strenge golftheorie wordt de fase van de uittredende straal dan bepaald door de optische weglengte van de afgelegde baan, verminderd met een extra faseverschuiving $\pi/2$, terwijl de in het algemeen

zeer geringe amplitudeverandering met de toename van de dwarsdoorsnede van een bundel naburige stralen samenhangt. De „terugkaatsing" tegen de ionosfeer, indien mogelijk, kan daarom gewoonlijk vrijwel als totaal beschouwd worden.

In het tweede geval $\omega \ll \nu$ (lange golven) zal de golfbaan reeds bij een zeer weinig indringen in de ionosfeer het niveau van het hoogste baanpunt bereiken (alwaar ($\omega_{pl} = \omega \cos \tau_a$) en daardoor *altijd* teruggekaatst worden. Bij benadering kan de terugkaatsing dan beschouwd worden als plaats te hebben tegen een discontinuiteit, namelijk de onderrand van de betreffende ionosferische laag. De brekingsindex, thans te benaderen door

$$n \sim \frac{\omega_{pl}}{\sqrt{\omega \nu}} \, e^{i\pi/4} \;, \tag{2}$$

heeft een modulus die voor $\omega \rightarrow 0$ oneindig groot wordt. De verzwakking van de golf die door het imaginaire gedeelte van deze brekingsindex bepaald wordt is van weinig belang, omdat de in verband daarmede mogelijke indringdiepte veel groter is dan de diepte tot waar de golf volgens de geometrisch-optische beschouwing doordringt. Volgens (2) nadert de reflectiecoëfficient voor zeer lage frequenties dus tot oneindig, de reflectie wordt dan volgens de formule van Fresnel wederom totaal, en het ionosferische plasma gedraagt zich als een zeer goede geleider.

Hierbij vergete men echter niet dat het effectieve geleidingsvermogen numeriek voor de hier vooral van belang zijnde *E*-laag zeer gering is, en overeenkomt met een weerstand van de orde van $10^4\,\Omega$ voor een kubus met een ribbe van 1 cm.

In het tussengelegen frequentiegebied, met frequenties van de grootte orde van de ionosferische botsingsfrequentie ν, dringen de golven enigszins in de ionosfeer door doch worden daarbij merkbaar verzwakt. Men heeft dan dus te maken met partiële reflectie, terwijl het ook kan voorkomen dat een golf vóór het bereiken van een hogere ionosferische laag, waartegen reflectie plaats vindt, onderweg een lagere laag passeert waarin haar amplitude door absorptie afneemt. Dit laatste speelt een rol bij de zg. middengolven die overdag sterk verzwakt aankomen als gevolg van de dan aanwezige *D*-laag die zij onderweg twee maal moeten passeren.

Samenvattend vinden we dus dat de ionosfeer het best de zeer korte en de zeer lange golven reflecteert, daarbij in het eerste geval werkend als een diëlektricum waarin diep, en in

het laatste geval als een geleider waarin slechts weinig doorgedrongen wordt. Men bedenke echter dat voor de allerkortste golven, de microgolven (ongeveer $\lambda < 10$ m), de brekingsindex nog slechts zo weinig verschilt van de eenheid, dat de ionosferische lagen voor dezen als transparant beschouwd kunnen worden afgezien van de mogelijkheid van geringe verstrooiingseffecten (zie par. 4).

3. De invloed van het aardmagneetveld

Deze maakt dat de eenvoudige formule (1) voor de brekingsindex door een veel ingewikkelder vervangen moet worden, die het eerst door *Appleton* en *Hartree* afgeleid werd. De afhankelijkheid van het aardmagneetveld blijkt dan door de verhouding ω_H/ω bepaald te worden. De grootste invloed van dit veld is daarom te verwachten voor lage frequenties, terwijl omgekeerd een ruw inzicht in het gedrag voor zeer lage frequenties verkregen kan worden door het limietgeval $\omega_H = \infty$ te beschouwen.

Dit grensgeval wordt gekenmerkt door de eigenschap dat de elektronen slechts langs de magnetische krachtlijnen zelf kunnen bewegen, waarbij de spiraliserende bewegingen rondom dezen geheel onderdrukt worden. De dubbele breking blijkt dan beheerst te worden door twee brekingsindices gegeven door:

$$n_o = 1 \; ; \qquad n_e = \sqrt{\frac{\omega(\omega + i\nu) - \omega_{pl}^2}{\omega(\omega + i\nu) - \omega_{pl}^2 \cos^2 \Theta}} \; . \qquad (3)$$

Hierin is Θ de hoek tussen de voortplantingsrichting en het aardmagneetveld. Het optreden van de eerste toestand (gewone straal) verschilt niet van dat in de lege ruimte, en verklaart dat het eerste begin van storingsverschijnselen zich met de vacuumlichtsnelheid c voortplant. Het verdere verloop van voortplantingsverschijnselen blijkt in hoofdzaak bepaald te worden door de tweede toestand (buitengewone straal). Voor deze vindt men volgens (3) dat de brekingsindex bij verwaarlozing van de botsingseffecten reëel wordt in twee frequentiegebieden gekenmerkt door de ongelijkheden:

$$\omega > \omega_{pl} \quad \text{en} \quad \frac{\omega}{\omega_{pl}} < \cos\Theta < 1 \, .$$

De tweede ongelijkheid leert dat voor frequenties beneden de plasmafrequentie normale onverzwakte golfvoortplanting nog mogelijk is, in tegenstelling tot de toestand voor deze frequenties zonder magneetveld. Deze normale golfvoortplanting is dan echter slechts mogelijk wanneer de voortplantingsrichting niet te veel van de krachtlijnenrichting afwijkt.

Dit uitzonderlijke gedrag voor lage frequenties treedt ook op voor het eindige aardmagneetveld ondersteld in de strenge theorie van Appleton en Hartree. Het blijkt daar dat de buitengewone straal zich met slechts zeer geringe verzwakking langs de magnetische krachtlijnen kan voortplanten wanneer gelijktijdig voldaan wordt aan de voorwaarden vervat in de ongelijkheden:

$$max\,(\omega, \nu) \ll \omega_H \ll \omega_{pl}^2/\omega.$$

De hierdoor bepaalde omstandigheden worden gerealiseerd bij de waarnemingen van „whistlers", waarbij door onweders opgewekte storingen van zeer lage frequenties langs aardmagnetische krachtlijnen vanuit een storingsbron op het ene halfrond het symmetrisch gelegen punt op het andere halfrond bereiken. Het feit dat hierbij de hoogste frequenties (in het audiogebied) het eerst aankomen maakt dat men een in toonhoogte afnemend fluittoontje waarneemt, hetgeen door de theorie geheel en al verklaard kan worden.

We noemen voorts dat van de dubbele breking door het aardmagneetveld gebruik gemaakt wordt om elektronendichtheden op grote hoogten te bepalen. De door een aardsatelliet uitgezonden golven ondergaan namelijk onderweg het Faraday-effect. De polarisatierichting van de ontvangen golven verandert daardoor continu tijdens de beweging, terwijl de grootte van een bepaalde waar te nemen veldcomponent maxima en minima passeert telkens wanneer de totale tussen aardsatelliet en waarnemingspunt ondergane draaiing met $\pi/2$ toeneemt. Wanneer de hoogte van de aardsatelliet op de bijbehorende tijdstippen bekend is kan men aldus uit de theorie die het verband tussen de draaiingen en de elektronendichtheden vastlegt deze laatsten op verschillende hoogteniveau's berekenen.

4. Ionosferische verstrooiing van radiogolven

Een bijzondere eigenschap van het ionosferische plasma waar-

van sinds 1952 in de radiotechniek gebruik gemaakt wordt betreft de mogelijkheid van verstrooiing van binnenkomende radiogolven, zulks als gevolg van plaatselijke onregelmatigheden in de dichtheid van de vrije elektronen. Volgens formule (1) zal voor de hoge frequenties, waarbij deze verstrooiing toegepast wordt, een afwijking δN in de elektronendichtheid een daarmede overeenkomende afwijking

$$\delta n = - \frac{e^2}{2 m \varepsilon_0 \omega^2} \delta N \qquad (3)$$

in de brekingsindex veroorzaken.

Door verstrooiing in de ionosferische E-laag kunnen radioverbindingen tot stand gebracht worden bij frequenties waarvoor de ionosfeer voor normale verbindingen van geometrisch-optisch karakter reeds als doorzichtig beschouwd moet worden (frequenties boven globaal 30 MHz). Het verstrooiend vermogen neemt dan echter volgens (3) met toenemende frequentie af, en in de praktijk blijkt dat aldus het uitsluitend voor verstrooiing bruikbare frequentiegebied ongeveer beperkt is tot het interval tussen de grenzen 25 MHz en 60 MHz. Een nadeel is dat de golf die na verstrooiing de ionosfeer verlaat niet meer coherent is, doch uit bijdragen bestaat die bij aankomst verschillende weglengten afgelegd hebben. Het over te brengen signaal wordt daardoor vervormd, zodat slechts geringe modulatiefrequenties toegepast kunnen worden (beperking tot telefonie). Hier staat tegenover dat de intensiteit van de verstrooide straling onder meer evenredig is aan het kwadraat van de relatieve fluctuaties van de brekingsindex, en daarom volgens (3) aan $(\delta N)^2$. Hoge gemiddelde elektronendichtheden zijn hier derhalve gunstig, omdat te verwachten is dat deze met grote dichthedenfluctuaties gepaard zullen gaan.

Abnormale elektronendichtheden, gunstig voor de verstrooiingsmogelijkheden, zullen onder anderen voorkomen wanneer kort na zonne-erupties grote hoeveelheden elektrisch geladen deeltjes naar de aarde gezonden worden. De intensiteiten van de verstrooide stralingen worden dan sterker dan normaal. Hier maakt men dankbaar gebruik van omdat onder deze omstandigheden (S.I.D.'s = „sudden ionospheric disturbances") de eveneens verhoogde absorptie van de normaal gebruikte frequenties (lager dan ongeveer 25 MHz) deze laatsten zodanig verzwakken kan dat zij onbruikbaar worden. Deze toestand van gelijktijdige ver-

hoogde verstrooiingsintensiteit en verhoogde absorptie bestaat permanent in de door poollichtverschijnselen bekende „auroral zones". We merken nog op dat alle omstandigheden die leiden tot verhoogde elektronendichtheden volgens (2) bovendien een verhoogde waarde van de brekingsindex voor zeer lange golven ten gevolge hebben, waardoor ook voor deze laatsten de propagatiecondities verbeterd worden.

Verstrooiingen van radiogolven spelen ook in de troposfeer een rol en worden daar vooral mogelijk door plaatselijk fluctuaties in het waterdampgehalte van de lucht. Zij maken dat de bijv. voor televisie en radar gebruikte microgolven een grotere reikwijdte verkrijgen dan anders mogelijk zou zijn. Een verschil is echter dat de troposferische brekingsindexfluctuaties niet van de frequentie afhangen. Voorts is de geometrische situatie daar aldus dat de benodigde verstrooiingshoek tussen aankomende en verstrooide straling toeneemt bij vergroting van de afstand zender ontvanger, waardoor dan tevens de bruikbare veldsterkte afneemt. Bij ionosferische verstrooiing neemt deze hoek daarentegen bij toenemende afstand af (bij afstand nul is ontvangst via het verticaal omhooggezonden signaal slechts mogelijk door „back scattering"), en eerst bij een afstand van de orde van 1000 km kan van deze verstrooiing een praktisch gebruik gemaakt worden.

Afgezien van deze technische toepassingen levert de verstrooiing door de individuele elektronen op hoogten boven de reeds volledig onderzochte ionosfeer de mogelijkheid op ook aldaar elektronendichtheden te bepalen. Men werkt daartoe met zeer gevoelige antennesystemen (experimenten van *Bowles*) om de uiterst geringe „back scattering" afkomstig van een verticaal omhooggezonden signaal van hoge frequentie (41 MHz) te kunnen meten.

Tenslotte noemen we nog dat meteoren bij het doorkruisen van de atmosfeer tussen hoogten van ongeveer 115 km en 80 km gedurende een korte tijd (van de orde van enige seconden) een spoor van geioniseerde lucht achterlaten welks aanwezigheid zich door radarreflecties openbaart. In zulk een spoor kunnen elektronendichtheden optreden die ongeveer tienduizend maal groter zijn dan in de omgevende ionosferische lucht. De theorie leert dat wanneer het geioniseerde kolommetje minder dan onveer 10^{14} elektronen per meter bevat, deze reflectie als een verstrooiing opgevat moet worden; bij hogere elektronendichtheden heeft men te maken met een reflectie vergelijkbaar met die van

de korte golven in de ionosfeer. Het kolommetje geioniseerde lucht vormt gedurende zijn korte bestaan een radarstralen reflecterende bron die door de ionosferische windbewegingen meegevoerd wordt. Een meting van het daardoor veroorzaakte Dopplereffect verschaft informatie over deze windbeweging, en daarmede indirect over de fysische verschijnselen (zoals getijde-effecten) die deze wind bepalen. De mogelijkheid tot verstrooiing is derhalve een van de plasma-eigenschappen van de ionosfeer die zowel voor technische toepassingen als voor wetenschappelijk onderzoek van belang is.

CONGRESSEN E.D.

Salon international des composants électroniques

Van 8 tot 13 april 1965 wordt in Parijs de jaarlijkse internationale tentoonstelling van elektronica-componenten gehouden. De organisatie is in handen van de Féderation Nationale des Industries Electroniques (FNIE): 16 rue de Presles, Paris 15e.

Symposium on electromagnetic wave theory

Dit internationale symposium zal van 6 tot 11 september 1965 te Delft worden gehouden en is een voortzetting van eerder gehouden symposia in Montreal (1953), Michigan (1955), Toronto (1959) en Kopenhagen (1962).

Het doel van het symposium is de voortgang op het gebied der elektromagnetische theorie te bespreken. Secretaris van het organiserend comité is Prof. Dr. R. Timman, adres Technische Hogeschool Delft, Julianalaan 132, Delft.

BOEKAANKONDIGINGEN ENZ.

Voor de veertiende maal verscheen bij Iliffe Books Ltd, Londen de: "Guide to broadcasting stations", samengesteld door de staf van Wireless World. Het bevat een lijst van alle legale omroepzenders met frequenties, golflengten en zendvermogens. Prijs 5 sh.

Uit het N.E.R.G.

EXAMEN THEORETISCHE ELEKTRONICA

De examencommissie van het NERG heeft, zoals bekend, in 1960 een diploma ingesteld voor Theoretische Elektronica-NERG.

De belangstelling voor dit examen heeft helaas niet aan de verwachtingen voldaan. Slechts 9 candidaten legden sinds 1960 met gunstig gevolg het *eerste* deel van het examen af en daarvan kon aan 5 candidaten, na het afleggen van het *tweede* deel, het diploma worden uitgereikt.

Voor het laatst gehouden examen (1964) meldde zich slechts één candidaat voor het *eerste* deel en eveneens één candidaat voor het *tweede* deel.

Op grond van de geringe belangstelling en de teleurstellende resultaten heeft het Bestuur van het NERG besloten om na 1966 het bedoelde examen niet meer af te nemen.

Derhalve zal nog in het voorjaar van 1965 en daarna voor het laatst in 1966 het *eerste* deel van het examen worden afgenomen.

Aan degenen die het *eerste* gedeelte met gunstig gevolg aflegden zal in alle gevallen, zonodig ook later dan 1966, voldoende gelegenheid worden geboden om het *tweede* gedeelte van het examen te doen.

VERSLAG VAN DE EXAMENS RADIOTECHNICUS EN RADIOMONTEUR GEHOUDEN IN HET VOORJAAR 1964

Radiomonteur

Het schriftelijk examen werd gehouden op 6 april 1964.

De mondelinge examens vonden plaats op 11, 12, 25 en 26 mei 1964.

SCHRIFTELIJK

deelgenomen	afgewezen
256	165

MONDELING

deelgenomen	afgewezen	herexamen	geslaagd
91	31	5	55

HEREXAMEN

deelgenomen	geslaagd
6	6

Radiotechnicus

Het examen EERSTE DEEL (schriftelijk) werd gehouden op 13 april 1964. De examens voor het TWEEDE DEEL vonden plaats op 21, 22 mei en 8 juni 1964.

EERSTE DEEL (schriftelijk)

deelgenomen	afgewezen	geslaagd
297	273	24

TWEEDE DEEL (mondeling en praktisch)

deelgenomen	afgewezen	geslaagd
46	19	27

HEREXAMEN

deelgenomen	geslaagd
5	5

Het bijzonder slechte resultaat van het voorjaarsexamen Radiotechnicus is aanleiding geweest tot een nadere beschouwing.

Zoals men weet bestaat het EERSTE gedeelte van het examen uit drie onderdelen:

— Ia Wisselstroomtheorie.
— Ib Wiskunde, natuurkunde en elektriciteitsleer.
— Ic Buizen en transistoren.

Voor elk van deze onderdelen wordt een cijfer toegekend, waarvoor volgens art. 10 van het reglement (zie Rondschrijven van 10 juli 1962 en van dec. 1962) minimum eisen zijn gesteld. Het gemiddelde van de drie cijfers moet daarbij minstens 6 bedragen.

Om een indruk te geven hoever de meeste candidaten onder dit minimum zijn gebleven volgen hier enkele voor zichzelf sprekende cijfers. Van de in totaal 273 afgewezen candidaten behaalden er

— 40 een gemiddeld cijfer van 2
— 126 „ „ „ „ 3
— 55 „ „ „ „ 4

zodat 221 candidaten (ruim 80%) een gemiddeld cijfer van 4 of lager behaalden.

Het behoeft nauwelijks betoog dat een volkomen onvoldoende voorbereiding de voornaamste oorzaak van het slechte resultaat is geweest.

NIEUWE LEDEN

Ir. K. K. Agarwal, p/a Technische Hogeschool, postbus 513, Eindhoven.
Ir. M. A. Bos, Huygensstraat 19, Hilversum.
Ir. A. J. M. Dingjan, van Foreestweg 179, Delft.
Ir. G. C. N. Frankenmolen, Rachmaninowlaan 35, Eindhoven.
Ir. J. de Groot, Statenlaan 1, Den Haag.
Ir. P. J. C. Hamelberg, de Lairessestraat 52hs, Amsterdam.

Ir. A. J. G. Kempff, Laan van Meerdervoort 762, Den Haag.
Ir. L. G. M. Muyen, Kamperfoeliestraat 215, Den Haag.
G. O. A. J. Nuesink, Aalberselaan 35, Amstelveen.
Ir. R. J. K. Schaaf, Sabangstraat 9, Delft.
Ir. L. P. J. Veelenturf, Witbreuksweg 200, Enschede.
Ir. J. P. de Vreede, Mozartlaan 34, Leidschendam.
Ir. D. van Willigen, A. Plesmanweg 5, Gouda.

VOORGESTELDE LEDEN

Ir. J. van Buuren, van Ruysbroekstraat 296, Den Haag.
Ir. J. P. van Geuns, Huize „Ekeby", Voorst (Gld.).
Dipl. Ing. E. Schanda, Sidlerstrasse 5, Bern, Zwitserland.

NIEUWE ADRESSEN VAN LEDEN

Ir. H. H. van Abbe, 75 Avenue de la Sarriette, Brussel 2, België.
Prof. Ir. M. P. Breedveld, Langenkampweg 115, Enschede.
Ir. C. B. Broersma, Nicolaas Anslijnstraat 56, Amsterdam-Osdorp.
Ir. L. G. Drenthen, Diepenbroeklaan 2, Bergen op Zoom.
Drs. N. Dijkwel, Wagenaarlaan 21, Baarn.
Kapt.Ltz (E) E. V. Glaser, Prins Mauritslaan 10, Voorschoten.
Ir. B. G. Hooghoudt, Prinsenlaan 10, Oegstgeest.
N. van Hurck, Thomaslaan 42, Eindhoven.
Ir. T. T. J. Jaspers, Wagenaarstraat 13, Heemskerk.
D. Koffyberg, Stationsweg 64, Baarn.
Ir. J. C. Kok, Berkenkade 13, Leiderdorp.
Ir. H. van Lambalgen, Joh. Geradtsweg 77, Hilversum.
Drs. B. J. Loopstra, p/a N.V. Electrologica, postbus 4576, Rijswijk (Z.H.).
Ir. H. Mooijweer, Eversveld 9, Geldrop.
Dr. Ir. A. E. Pannenborg, Stationsstraat 46, Geldrop.
Ir. R. J. K. Schaaf, Schuttersweg 15, Hilversum.
Ir. F. Valster, Eversveld 7, Geldrop.
Ir. J. M. Verloop, Zeshoevenstraat 87, Udenhout (N.B.).
Ir. J. Vermeulen, Drienerbeeklaan 29, Enschede.
Ir. J. H. Wessels, Rietstraat 49, Geldrop.

BEDANKT ALS LID

Ir. J. H. W. Arends, Seb. van Noyestraat 10, Eindhoven.
Dr. H. J. Jongepier, Noordbolwerk 19, Middelburg.
Ir. R. Veldhuyzen, Stratumseind 39A, Eindhoven.

Dit nummer werd gedrukt op 23 oktober 1964.

Tijdschrift van het
Nederlands Elektronica- en Radiogenootschap
DEEL 29 No. 3-4 1964

De transistor als hoogfrequent-versterkerelement *)

door M. P. Breedveld**)

Voordracht gehouden voor het Nederlands Elektronica- en Radiogenootschap op 23 oktober 1963

Summary

In this introductory paper a survey is presented of the main properties of the junction transistor for use as a high frequency amplifying element. Topics discussed include the current amplification factor a, capacitive effects, and the h.f. equivalent circuit. Additional information on h.f. transistor types and circuitry has been provided.

1. De junctie-transistor

Het meest toegepaste transistortype is de junctie-transistor. In wezen bestaat deze uit twee *pn*-juncties, die door een zeer dunne basislaag van elkaar gescheiden zijn.

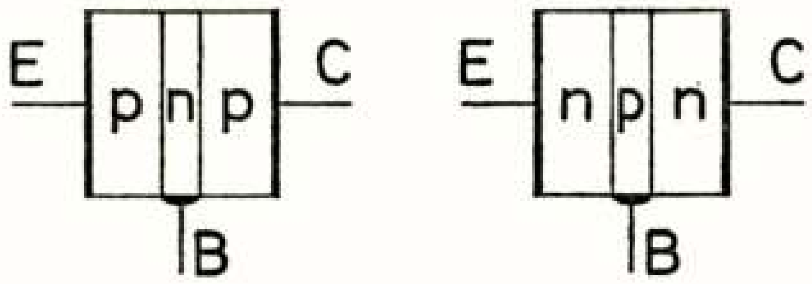


Fig. 1
Pnp- en *npn*-transistor

We onderscheiden hierbij de *pnp*- en de *npn*-structuur zoals deze in fig. 1 schematisch zijn afgebeeld. De drie halfgeleidergebieden zijn aangesloten aan resp. de emitter *E*, de basis *B* en de collector *C*. Germanium en silicium zijn hierbij de meest gebruikte halfgeleidermaterialen.

Over de fysica, de werking en de toepassing van transistoren is een uitgebreide literatuur verschenen, zodat het ondoenlijk is een volledige literatuurverwijzing te geven. Zie o.m. (1).

Qua werking zijn de *pnp*- en de *npn*-transistor gelijk wanneer

*) Met medewerking van A. F. Schwartz.

**) Technische Hogeschool, Delft.

de beide *pn*-juncties de juiste instelling hebben: de collector-basis-junctie dient in sperrichting en de emitter-basis-junctie in doorlaatrichting geschakeld te worden.

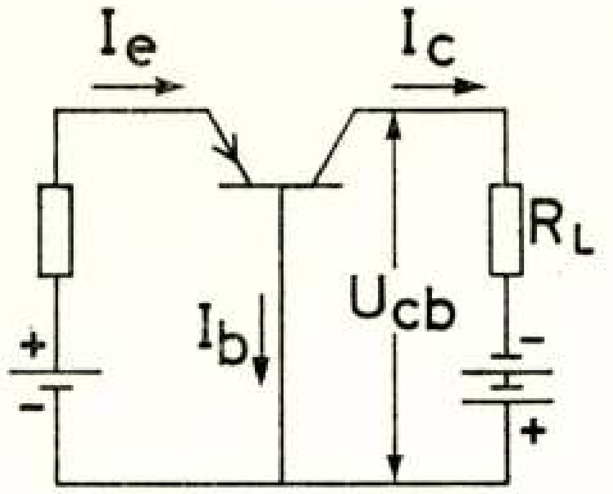


Fig. 2a
Basisschakeling

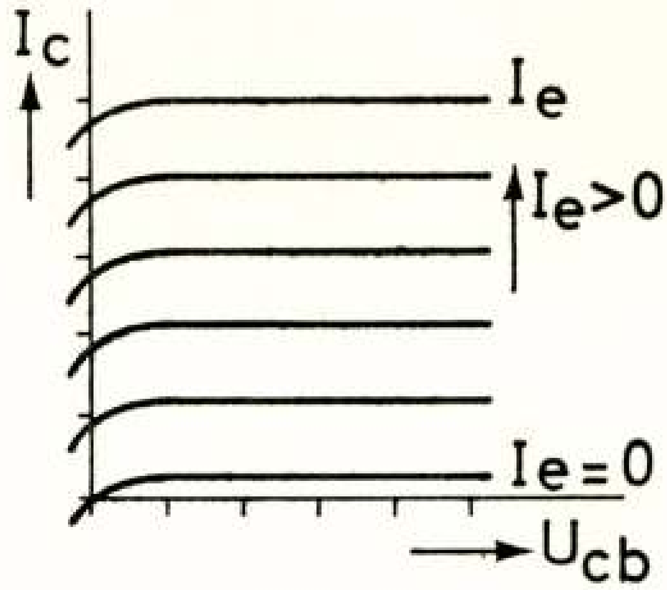


Fig. 2b
I_c — V_{cb}-karakteristiek

De werking van de junctie-transistor kan het eenvoudigst verklaard worden door de schakeling met gemeenschappelijke basis te beschouwen (fig. 2a) en de collector-basis-junctie als een gesperde *pn*-diode op te vatten.

Voor een ingangsstroom $I_e = 0$ geldt de sperstroomkarakteristiek volgens fig. 2b. Wanneer via de in doorlaatrichting geschakelde emitter-basis-junctie een stroom I_e geïnjecteerd wordt, zal er een ladingsgradiënt van minderheidsladingsdragers in de basislaag ontstaan, zodanig dat de geïnjecteerde stroom in de richting van de collector-junctie beweegt. Het effectieve stroomtransport vindt blijkbaar plaats door diffusie van minderheidsladingsdragers in de basislaag, d.i. de beweging van deze ladingsdragers als gevolg van een dichtheidsgradiënt. De sturing van de diffussiestroom geschiedt door via de emitter-basis-junctie minderheidsladingsdragers in de basislaag te injecteren. Van de stroom I_e gaat een deel door recombinatie in het basisgebied verloren als basisstroom I_b. Een ander deel $I_c = I_e - I_b$ verschijnt in de collectorleiding en geeft een verschuiving van de $I_c - U_{cb}$-karakteristiek in verticale richting (fig. 2b).

2. De stroomversterkingsfaktor α

De belangrijkste grootheid van de transistor is de stroomversterkingsfaktor α. Deze is per definitie de verhouding van de variatie van de collectorstroom dI_c tot een kleine variatie van de emitterstroom dI_e bij een bepaalde collectorspanning.

$$\alpha = \left.\frac{dI_c}{dI_e}\right|_{U_{cb} = \text{constant}} \tag{1}$$

In het algemeen is $\alpha < 1$. De grootte wordt bepaald door de eigenschappen van de emitter-basis-junctie, het basisgebied en collector-basis-junctie.

We kunnen schrijven

$$\alpha = \gamma \beta \delta \tag{2}$$

met γ = emitter-rendement;
β = transportfactor;
δ = collectorfactor.

We moeten streven naar $\alpha = 1$, hetgeen in de praktijk neerkomt op waarden van γ, β en δ die zoveel mogelijk gelijk aan 1 moeten zijn.

Is de dikte van de basislaag w, dan is voor de emitter-junctie van de *pnp*-transistors het emitter-rendement, d.i. het deel van de stroom door deze junctie dat door minderheidsladingsdragers van de basislaag, i.c. gaten, gevormd wordt, bij benadering

$$\gamma = \frac{1}{1 + \dfrac{\sigma_n w}{\sigma_p L_n}} \tag{3}$$

waarin σ_n de specifieke geleidbaarheid van de basislaag, σ_p die van de emitterlaag en L_n de diffusielengte voor elektronen in de emitterlaag. Als voorwaarde geldt hier dus

$$\sigma_n w << \sigma_p L_n \tag{4}$$

De transportfactor β bepaalt welk gedeelte van de geïnjecteerde minderheidsladingsdragers aan de emitterjunctie de collectorjunctie zal bereiken.

Door oplossen van de diffusievergelijking vinden we

$$\beta = sech \frac{w}{L_p} \tag{5}$$

waarin L_p de diffusielengte van gaten in de basislaag is. Voor $w << L_p$ is

$$\beta \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\dfrac{w}{L_p}\right)^2} \tag{6}$$

Voor een grote β moet dus w klein en L_p groot zijn.

De collectorfactor δ kunnen we in twee factoren splitsen

$$\delta = mM \tag{7}$$

waarin m = de collector-multiplicatiefactor is die samenhangt met de specifieke weerstand van het collectorgebied en M de lawine-multiplicatiefactor als gevolg van het lawine-effect (avalanche effect). Voor M geldt de volgende empirische formule (2).

$$M = \frac{1}{1 + \left(\frac{U}{U_B}\right)^n} \tag{8}$$

waarin U_B de lawinedoorslagspanning in de collector-basis-junctie is en n een getal dat van het materiaal afhangt en ligt tussen 1,5 en 10.

De stroomversterkingsfactor α is zowel van de collectorspanning als van de -stroom afhankelijk. De spanningsafhankelijkheid van α is een gevolg van het lawine-effect (via M), het Early-effect (3) (d.i. de afhankelijkheid van de dikte van het ruimteladingsgebied in de collector-pn-overgang en daarmee de basislaagdikte van de collector-basis-spanning) en het „punch-through-effect" (d.i. de uitbreiding van het ruimteladingsgebied tot over de gehele basislaag). De stroomafhankelijkheid van α heeft diverse oorzaken die o.m. door Webster (4) en Rittner (5) bestudeerd zijn.

Bij hogere frequenties wordt α complex, de frequentieafhankelijkheid van α is hoofdzakelijk te wijten aan β. Uit de diffusievergelijking volgt

$$\beta = sech \left[\frac{w}{L}\left(1 + j\,\omega\,\tau\right)^{\frac{1}{2}}\right] \tag{9}$$

Met L = diffusielengte en τ = de levensduur van de minderheidsladingsdragers in het basisgebied. Nemen we aan dat $\gamma = \delta = 1$ dan is

$$\alpha \approx \beta \tag{10}$$

We definiëren de α-afsnijfrequentie $f_{c\alpha} = \omega_{c\alpha}/2\pi$ als die frequentie waarvoor

$$\alpha \approx \beta = 1/\sqrt{2} \tag{11}$$

Voor $w/L \ll 1$ vinden we met $L = \sqrt{D\tau}$, waarin D de diffusieconstante van de minderheidsladingsdragers is

$$\omega_{c\alpha} = 2\,\pi f_{c\alpha} = \frac{2.43\,D}{w^2} \tag{12}$$

Voor transistoren met een ingebouwd driftveld in het basisgebied is de afsnijfrequentie uiteraard hoger dan uit (12) zou volgen.

Voor het lagere frequentiegebied geldt als eerste benadering de betrekking

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{c\alpha}}} \tag{13}$$

waarbij α_0 de stroomversterkingsfactor is bij zeer lage frequenties.

Het frequentiegedrag van de gehele transistor wordt behalve door α vooral ook bepaald door de collector-basis-capaciteit $C_{cb'}$ en de basisspreidingsweerstand $r_{bb'}$, d.i. de totale weerstand van het materiaal tussen een inwendig punt in het basisgebied en de uitwendige basiselektrode. De waardering van een transistor wordt daardoor veelal uitgedrukt door een verdienstecijfer waarin deze grootheden verdisconteerd zijn. Men maakt voor legeer-transistoren veelal gebruik van het verdienstecijfer

$$F = \sqrt{\frac{f_{c\alpha}}{8\,\pi\, r_{bb'}\, C_{cb'}}} \tag{14}$$

dat de dimensie van een frequentie heeft (6). Het ontwerp van hoogfrequent-transistoren is er nu steeds op gericht F zo groot mogelijk te maken.

Een toename van f_{α} heeft alleen zin indien $r_{bb'}$ en $C_{cb'}$ niet eveneens toenemen.

3. Technologie van h.f.-transistoren

Afhankelijk van de fabricagemethode onderscheiden we gegroeide (grown junction), gelegeerde (alloy junction), elektrochemische (zoals de surface-barrier) en epitaxiale (epitaxial) transistoren. Combinaties hiervan zijn mogelijk en worden ook veelvuldig toegepast.

Voor een zo gunstig mogelijke F moet de afsnijfrequentie $f_{c\alpha}$ zo hoog mogelijk zijn terwijl de basisspreidingsweerstand $r_{bb'}$ en de collectorcapaciteit $C_{cb'}$ zo klein mogelijk moeten zijn. Deze eisen zijn vaak met elkaar in tegenspraak. Een hoge $f_{c\alpha}$ vereist bv. een kleine basisdikte, waardoor echter de weerstand $r_{bb'}$ vergroot wordt. Maakt men σ van het basisgebied groot om één kleine $r_{bb'}$ te krijgen, dan kan het emitter-rendement teveel dalen; bovendien wordt de doorslagspanning lager.

De collectorcapaciteit $C_{cb'}$ wordt groter naarmate het junctie-

oppervlak groter en de dikte van het ruimteladingsgebied kleiner is.

Om de looptijd van de ladingsdragers en daarmee de begrenzing van de afsnijfrequentie te verkleinen, is het gunstig een veldgradiënt in het basisgebied in te bouwen, hetgeen met het diffundeer-proces mogelijk is. Zeer dunne basislagen bv. van 0,5 μ kunnen met dit proces verkregen worden. Behalve de diffusietechniek kan ook de epitaxiaalmethode toegepast worden, d.i. het neerslaan van een zeer dunne laag éénkristallijn-halfgeleidermateriaal op éénkristallijnen onderlaag.

Door combinatie van de juiste technologie en de juiste constructievorm is het mogelijk transistoren te maken waarmee afsnijfrequenties van honderden MHz bereikt kunnen worden.

Als praktisch voorbeeld van een moderne transistor kan genoemd worden de mesa-structuur waarbij de gediffundeerde halfgeleidergebieden zodanig weggeëtst zijn dat de basis- en emittergebieden als plateaus boven het collectorgebied verschijnen (mesa = tafel).

Een andere opbouw die bij silicium wordt toegepast is de vlakke planarstructuur, waarbij elk van de juncties emitter-basis en collector-basis achter elkaar via een venstertje in een oxydelaag worden aangebracht. De grote betekenis van de planar-transistor ligt niet zozeer in de structuur maar vooral doordat tijdens het fabricageproces een oxydelaagje ontstaat dat een belangrijke bescherming biedt tegen uitwendige invloeden, waardoor oppervlakteproblemen verminderen. De planartechniek leent zich bijzonder goed voor het opbouwen van complete schakelingen.

4. De drie grondschakelingen

De keuze van één van de drie klemmen van de transistor als gemeenschappelijke klem voor ingang en uitgang leidt tot de drie grondschakelingen, nl. de schakeling met gemeenschappelijke basis (g.b.), gemeenschappelijke emitter (g.e.) en gemeenschappelijke collector (g.c.). Welke grondschakeling in versterkers gebruikt wordt, hangt van verschillende factoren af.

Bij de g.b.- en de g.e.-schakeling is de ingangsweerstand laag en de uitgangsweerstand hoog. De g.c.-schakeling heeft een kathodevolgerwerking met een hoge ingangsweerstand en een lage uitgangsweerstand.

De emitterschakeling heeft zowel stroom- als spanningsver-

sterking en wordt dientengevolge ook het meest toegepast. De basisschakeling heeft alleen spanningsversterking en de collectorschakeling alleen stroomversterking. Het verband tussen de stroomversterkingsfactor van de g.e.-schakeling α' en die van de g.b.-schakeling is

$$\alpha' = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \tag{15}$$

De afsnijfrequentie van de g.e.-schakeling $f'_{c\alpha}$ is bij benadedering $(1 - \alpha_0)$ maal die van de g.b.-schakeling $f_{c\alpha}$.

Een belangrijke waarderingsgrootheid voor het gebruik in hoogfrequentversterkers is het produkt versterking $\times$ bandbreedte. Bij de transistor werkt men gewoonlijk met het produkt van de stroomversterking A_i en de bandbreedte B die de afstand geeft tussen de $3 - dB$-punten van de A-kromme.

Voor het geval dat α de bandbreedte bepaalt, is voor de g.e.-schakeling bij benadering

$$B = f_{c\alpha'} = (1 - \alpha_0) f_{c\alpha} \tag{16}$$

Voor het stroomversterking-bandbreedte-produkt krijgen we dan

$$A_i B = \alpha'_0 f_{c\alpha'} = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_0} (1 - \alpha_0) f_{c\alpha} \approx f_{c\alpha} \tag{17}$$

daar $\alpha_0 \approx 1$. Het $A_i - B$-produkt wordt dus gegeven door de transistorconstante $f_{c\alpha}$.

Nadere analytische beschouwingen over het versterking-bandbreedteprodukt voor diverse grondschakelingen van transistoren leiden tot meer ingewikkelde formules.

5. Het hoogfrequent-vervangschema

Bij het ontwerp van versterkers en het bestuderen van het algemene gedrag van transistoren maken we gebruik van vervangschema's. Bij hogere frequenties worden de parameters van het laagfrequent-vervangschema complex en vele effecten, die in het gebied van de lagere frequenties verwaarloosd kunnen worden, spelen hier een belangrijke rol. Een van de eisen, die men aan een vervangschema stelt, is dat zijn parameters uit frequentie-onafhankelijke elementen bestaan.

Een van de meest toegepaste h.f.-vervangschema's voor de emitterschakeling is in fig. 3 gegeven (Giacoletto-Johnson). De

eigenlijke transistor wordt voorgesteld door het vervangschema tussen b' (inwendig basispunt), e (emitter) en c (collector). De parameters hebben alle een bepaalde fysische betekenis.

Als gevolg van een spanning $u_{b'e}$ over de emitter-basis-junctie ontstaat er een stroom $u_{b'e}/r_e$ in het uitgangscircuit, die door een stroombron $g_m u_{b'e}$ wordt weergegeven. Tussen b' en e ligt de weerstand

$$r_e = \frac{1}{g_m} = \frac{kT}{qI_e} \quad (18)$$

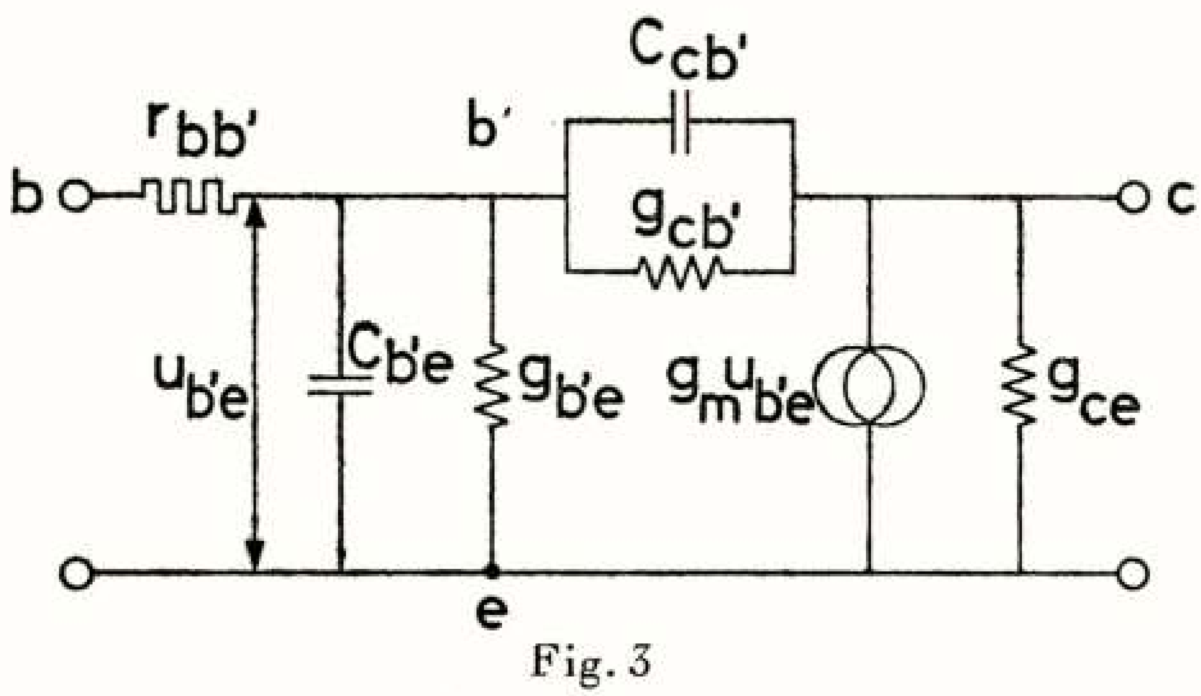


Fig. 3
H.f.-vervangschema

met k = constante van Planck; T = absolute temperatuur; q = eenheid van lading en I_e = emittergelijkstroom in mA.

Voorb.: Voor $I = 1\ mA$ is bij kamertemperatuur $r_e \cong 26\ \Omega$.

De geleiding $g_{b'e} = (1 - a_0) g_m$ brengt in rekening, dat een deel van de emitterstroom door recombinatie in de basislaag verloren gaat. De geleidingen g_{ce} en $g_{b'c}$ vertegenwoordigen de terugwerking van de uitgang naar de ingang als gevolg van het Early-effect. Tussen b' en e staat de diffusiecapaciteit $C_{b'e}$; tussen b' en c staat de ruimteladingscapaciteit $C_{cb'}$. Tussen b' en de uitwendige basiselektrode b is een weerstand $r_{bb'}$ aangebracht, die bepaald wordt door de geometrie en de specifieke geleidbaarheid van het basisgebied.

Bij de transistor spelen dus twee capaciteiten een belangrijke rol te weten: de diffusiecapaciteit van de emitter-junctie en de ruimteladingscapaciteit van de collector-junctie.

De diffusiecapaciteit treedt op als gevolg van de diffusie van de in de basis geïnjecteerde ladingsdragers. Deze capaciteit is belangrijk wanneer de pn-junctie in doorlaatrichting aangesloten is en kan honderden pF bedragen.

Het variëren van de geïnjecteerde hoeveelheid lading bij een variërende spanning komt overeen met een capaciteit C_d.

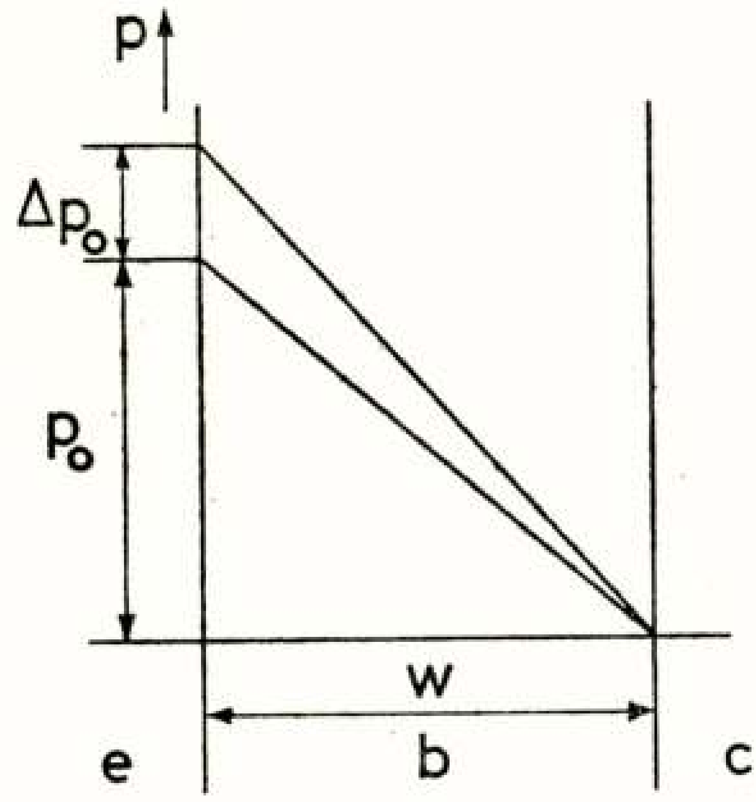


Fig. 4
Ladingsdichtheid p

De dichtheid p van minderheidsladingsdragers in het basisgebied heeft bij benadering het verloop zoals in fig. 4 is weergegeven. De diffusiestroomdichtheid is dan

$$J = -q D \frac{dp}{dx} = q D \frac{P_o}{w} \quad (19)$$

waarin D = diffusieconstante van de minderheidsladingsdragers en w = dikte van de basislaag. Bij een bepaalde stroomdichtheid J en een junctiespanning U is de dichtheid p ter plaatse van de emitterjunctie gelijk aan p_o.

De totale geïnjecteerde hoeveelheid lading von minderheidsladingsdragers is volgens fig. 4 per eenheid van oppervlak

$$Q = q \frac{p_o w}{2} \quad (20)$$

zodat de diffusieçapaciteit m.b.v. (19) en (20) wordt:

$$C_d = \frac{d Q}{d U} = \frac{\partial Q}{\partial p_o} \cdot \frac{\partial p_o}{\partial J} \cdot \frac{\partial J}{\partial U} = \frac{w^2}{2 D} \cdot \frac{\partial J}{\partial U} \quad (21)$$

waarbij $\partial J / \partial U$ volgt uit de diodevergelijking

$$J = J_o (\varepsilon^{qu/kT} - 1) \quad (22)$$

en voor $J >> J_o$ gelijk is aan $J q/kT$.

In het vervangschema van fig. 3 wordt $C_{b'e}$ hoofdzakelijk door de diffusiecapaciteit gevormd. Deze capaciteit veroorzaakt de frequentie-afhankelijkheid van de stroomversterkingsfactor α.

De ruimteladingscapaciteit wordt teweeg gebracht door de ruimteladingsgebieden aan weerszijden van de grenslaag van een pn-junctie en speelt een belangrijke rol bij de pn-junctie in spertoestand. De capaciteit $C_{cb'}$ uit fig. 3 is hier een voorbeeld van. Deze capaciteit die enkele tientallen pF kan bedragen, staat parallel over een hoge sperweerstand.

In analogie met een normale plaatcondensator geldt voor de ruimteladingscapaciteit de formule

$$C_r = \frac{\varepsilon A}{d} \tag{23}$$

waarin ε de diëlektrische constante van het materiaal, A de oppervlakte van de *pn*-junctie en d de dikte van het ruimtelaladingsgebied is.

Daar d van de spanning over de *pn*-junctie afhangt, is te verwachten dat C_r spanningsafhankelijk is. Te berekenen is dat bij een abrupte overgang van *p*- naar *n*-halfgeleider (bv. bij een gelegeerde *pn*-junctie) C_r omgekeerd evenredig is met de wortel van de spanning U terwijl voor een *pn*-overgang met een geleidelijke dichtheidsverandering van de verontreining (bv. bij een gegroeide *pn*-junctie) C_r omgekeerd evenredig is met de derdemachtswortel van U.

6. Hoogfrequentversterkers

Bij de bredebandversterkers gaat het erom een brede doorlaatband te hebben die meerdere MHz kan bedragen. Binnen de doorlaatband moet de amplitude-frequentie-responsie en de vertragingstijd $(-\varphi/\omega)$ redelijk constant zijn: eis van amplitudeconstantheid en faselineariteit. Bij transistoren doen zich ten opzichte van vacuümbuizen extra problemen voor in verband met de frequentie-afhankelijkheid van α. Voor het verkrijgen van de brede band wordt gewoonlijk weerstandskoppeling met compensatienetwerken en ook tegenkoppeling toegepast, evenals bij vacuümbuizen het geval is. Hierbij kunnen we zowel shunt- als serie-„peaking" toepassen.

Bij bandselectieve versterkers moet een bepaalde veelal zeer smalle band de doorlaatband vormen, terwijl de frequenties daarbuiten onderdrukt moeten worden, bv. bij middenfrequentversterkers in ontvangers. De smalle band kan verkregen worden door een juiste keuze van het koppelnetwerk tussen opvolgende versterkertrappen. Dit netwerk moet behalve voor de vereiste selectiviteit ook voor de impedantie-aanpassing zorgen. Rekening moet worden gehouden met de demping die de transistoren op de koppelkringen uitoefenen.

De terugwerking via de capaciteit $C_{cb'}$ in het vervangschema van fig. 3 is te vergelijken met de terugwerking via de anode-rooster-capaciteit C^{ag} bij de vacuümbuis. De terugkoppeling kan tot genereren aanleiding geven en moet daarom geneutraliseerd worden. Neutralisatie is mogelijk door van een spanning, die in tegenfase is met de uitgangsspanning, uit te gaan en via een

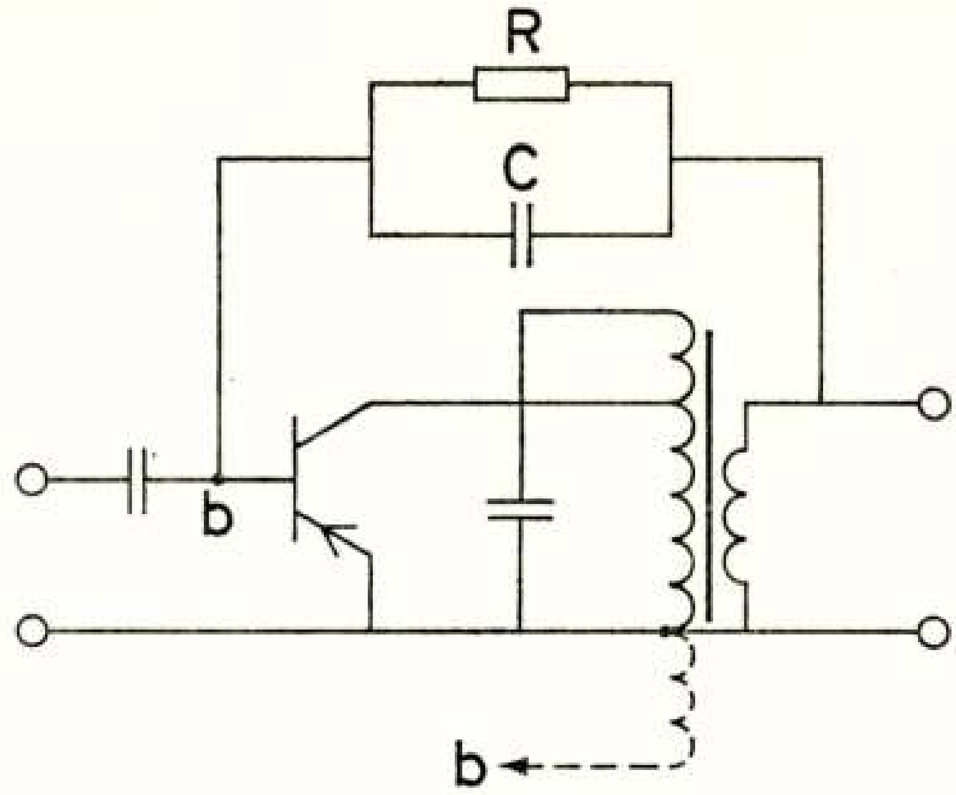


Fig. 5
Neutralisatie

RC-parallelschakeling een stroom terug te voeren naar de ingang (fig. 5). Dit terugvoeren dient eigenlijk te geschieden op het punt b' van fig. 3, dat echter uitwendig niet bereikbaar is. De weerstand $r_{bb'}$ geeft daarom moeilijkheden. Een volledige neutralisatie is slechts voor één bepaalde frequentie mogelijk.

LITERATUUR

1. L. P. Hunter (ed.), Handbook of Semiconductor Electronics. McGraw-Hill Book Co, New York, Second Ed. 1962.
2. S. L. Miller, J. J. Ebers, Alloyed Junction Avalanche Transistors. Bell Syst. Tech. Jour. Vol. 34 (Sept. 1955), pp. 883-902.
3. J. M. Early, Effects of Space-Charge Layer Widening in Junction Transistors. Proc. of the IRE. Vol. 40 (Nov. 1952), pp. 1401-1406.
4. J. M. Webster, On the Variation of Junction Transistor Current Amplification Factor with Emitter Current. Proc. of the IRE. Vol. 42 (June 1954), pp. 914-921.
5. E. S. Rittner, Extension of the Theory of the Junction Transistor. Phys. Rev. Vol. 94 (June 1954), pp. 1161-1171.
6. R. L. Pritchard, High-Frequency Power Gain of Junction Transistors. Proc. of the IRE. Vol. 43 (Sept. 1955), pp. 1075-1085.

Manuscript ontvangen 3 september 1964